

SKRIPSI

**PERHITUNGAN PELUANG KEBANGKRUTAN
MENGUNAKAN METODE PERSAMAAN DIFERENSIAL
INTEGRO**



Ronald Anjaristo

NPM: 2017710011

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2021**

FINAL PROJECT

**RUIN PROBABILITY CALCULATION WITH INTEGRO
DIFFERENTIAL EQUATION**



Ronald Anjaristo

NPM: 2017710011

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2021**

LEMBAR PENGESAHAN

PERHITUNGAN PELUANG KEBANGKRUTAN MENGUNAKAN METODE PERSAMAAN DIFERENSIAL INTEGRO

Ronald Anjaristo

NPM: 2017710011

Bandung, 16 Februari 2021

Menyetujui,

Pembimbing 1

Pembimbing 2

Farah Kristiani, Ph.D.

Felivia Kusnadi, M.Act.Sc.

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Dr. Ferry Jaya Permana

Iwan Sugiarto, M.Si.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

PERHITUNGAN PELUANG KEBANGKRUTAN MENGGUNAKAN METODE PERSAMAAN DIFERENSIAL INTEGRO

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 16 Februari 2021



Ronald Anjaristo
NPM: 2017710011

ABSTRAK

Sebuah perusahaan asuransi memiliki tujuan untuk mengambil alih atau menanggung risiko kerugian dari tertanggung yang mungkin terjadi. Tanggung jawab perusahaan asuransi untuk membayar dalam nominal jumlah besar membuat perusahaan harus melakukan tindakan preventif agar tidak mengalami kebangkrutan. Maka dari itu, skripsi ini bertujuan untuk menghitung peluang terjadinya kebangkrutan sebuah perusahaan asuransi menggunakan teori kebangkrutan. Terdapat konsep klasik teori kebangkrutan yang menyatakan modal awal perusahaan sebagai nilai surplus awal. Nilai surplus saat waktu tertentu bergantung pada penjumlahan premi dan pengurangan total klaim sampai waktu tersebut. Jika nilai surplus pada suatu waktu bernilai negatif untuk pertama kali, maka perusahaan dinyatakan bangkrut. Pada skripsi ini, akan dibahas konsep pengembangan dari konsep klasik. Konsep pengembangan dimulai dengan metode Persamaan Diferensial Integro (PDI) yang menggunakan tingkat kebangkrutan sebagai metode menghitung peluang terjadinya kebangkrutan dengan nilai surplus awal positif dan negatif sehingga berbeda dari metode surplus pada konsep klasik. Persamaan PDI akan disederhanakan menjadi Persamaan Diferensial Biasa (PDB) untuk mendapatkan solusi umum. Solusi khusus dari PDB akan disimulasikan dengan metode simulasi Gauss Seidel. Hasil tersebut akan digunakan untuk menghitung peluang terjadinya kebangkrutan. Dari hasil simulasi, dapat disimpulkan bahwa perusahaan tidak akan langsung bangkrut ketika surplus bernilai negatif. Peluang terjadinya kebangkrutan bergantung pada seberapa cepat laju kebangkrutan dan besar surplusnya.

Kata-kata kunci: Teori Kebangkrutan, Konsep Klasik, Konsep Pengembangan, Persamaan Diferensial Integro, Persamaan Diferensial Biasa, Gauss Seidel, Surplus

ABSTRACT

Insurance company has to cover insured losses that might happen. Insurance company has an immense responsibility to cover large scale losses with risks of the company's bankruptcy. In order to prevent the bankruptcy, this final project explains how to calculate the probability of company's bankruptcy. Surplus process in classical ruin theory refers to the initial surplus as the company's capital. Insurer's surplus at a certain time depends on premium income and aggregate claim amount. If insurer's surplus becomes negative for the first time, the company was stated as bankrupted. This final project develops extension of classical ruin theory in which there may still be a chance to survive whenever insurer's surplus becomes negative, which is known as bankruptcy concept. Integro Differential Equation (IDE), Ordinary Differential Equation (ODE), and Gauss Seidel simulation are used to calculate the probability of bankruptcy with negative and positive surplus conditions. The simulation results can be concluded there is a chance to survive when the insurer's surplus is negative. The probability of bankruptcy depends on how the bankruptcy rate and insurer's surplus are.

Keywords: Surplus processes, Classical ruin theory, Bankruptcy concept, Integro Differential Equation, Ordinary Differential Equation, Gauss Seidel, Surplus

Untuk Papi, Mami, dan Dede tersayang.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yesus Kristus karena kasih dan karunia-Nya penulis diberikan kesehatan dan penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Perhitungan Peluang Kebangkrutan Menggunakan Metode Persamaan Diferensial Integro". Skripsi ini disusun sebagai salah satu syarat wajib dipenuhi untuk menyelesaikan studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung.

Penyusunan skripsi ini tidak luput dari beberapa hambatan dan kesulitan. Oleh karena itu, penulis berterima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dan mendukung penulis dalam penyelesaian skripsi ini. Penulis berterima kasih terutama kepada:

1. Papi, Mami, dan Dede yang selalu mendoakan, mendukung membimbing, dan memberi semangat sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik.
2. Ibu Farah Kristiani, Ph. D selaku Dosen Pembimbing 1 dan Ibu Felivia Kusnadi, M. Act. Sc. selaku Dosen Pembimbing 2 yang selalu meluangkan waktu untuk revisi skripsi dan selalu sabar kepada penulis dalam membimbing ke arah yang benar. Terima kasih karena sudah banyak bercerita kepada penulis demi kebaikan penulis itu sendiri. Terima kasih karena sudah menerima penulis sebagai mahasiswa yang akan dibimbing untuk menulis skripsi.
3. Bapak Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI selaku Ketua Penguji dan Bapak Iwan Sugiarto, M. Si selaku Anggota Penguji yang sudah memberikan saran, kritik, dan informasi yang diberikan dalam proses penyelesaian skripsi ini. Terima kasih atas bimbingan Bapak selama proses perkuliahan dari semester awal hingga menyelesaikan skripsi dan banyak hal yang disyukuri dan tidak bisa dilupakan penulis.
4. Seluruh dosen dan staf Tata Usaha FTIS, khususnya dosen Program Studi Matematika. Terima kasih sudah memberikan ilmu, bimbingan serta nasihat kepada penulis selama proses perkuliahan.
5. Jennifer Lorenza yang sudah mau meluangkan waktunya mendengarkan perbincangan penulis, berdiskusi tentang skripsi, memberikan semangat kepada penulis, membuat hari penulis bahagia, dan banyak hal lainnya yang berguna untuk penyusunan skripsi ini. Terima kasih sudah mengajari banyak hal selama proses perkuliahan ini serta kebaikan dan kepedulian anda kepada penulis. Terima kasih sudah menyadarkan penulis agar menulis yang dapat berguna bagi masyarakat.
6. Klub ambis: Natasha Maria dan Ivander Jeremy yang bisa saling melengkapi selama proses perkuliahan ini dan banyak berdiskusi dalam pembelajaran selama menulis dan berhasil menyelesaikan skripsi ini.
7. Kenzo, Nico, Felix, Jevan, Tiffany, Maria Regina, dan Indira Hafidz Al-Farrel yang sudah melewati masa-masa sulit bersama dan membantu banyak sekali kepada penulis. Tanpa kalian penulis pasti akan mengalami banyak kesulitan.
8. Tiffany dan Juan yang selalu mengingatkan untuk meluangkan waktu setiap minggunya bersyukur kepada Tuhan yang sudah melancarkan kegiatan penulis dan melancarkan pengerjaan skripsi ini dari awal proses perkuliahan.
9. Teman-teman "AYCE" yang hobi makan sepuasnya karena sudah banyak berkontribusi untuk penulis dan berjuang bersama sebagai satu angkatan dalam proses belajar.
10. Nadya Tjindra dan Avelino Kostka sebagai mentor penulis dan banyak berkontribusi untuk

- penulis. Terima kasih sudah mengajari penulis dari awal proses menulis sampai meraih penghargaan yang tidak bisa didapatkan tanpa adanya kalian dan menyelesaikan skripsi ini.
11. Teman-teman seperjuangan skripsi: Nico, Ivander, Natasha, Ananda, Maria, Helenadine, Elizabeth, Yofrin, dan, Alvita yang selalu memberikan informasi penting kepada penulis dan bersama berjuang sampai menyelesaikan skripsi penulis.
 12. Yofrin, Sebastian, Anes, dan, Gika yang sudah meluangkan waktu untuk bekerja sama dengan penulis dalam menyelesaikan perkuliahan dan proses pembelajaran penulis.
 13. Kakak kelas angkatan 2014, 2015, dan 2016 yang sudah membimbing dan bercerita kepada penulis. Berkat kakak sekalian penulis dapat mengambil langkah dengan lebih persiapan untuk penyusunan skripsi.
 14. Adik kelas angkatan 2018, 2019 yang berkontribusi sekali kepada penulis selama proses perkuliahan berlangsung. Terima kasih sudah mengajari banyak hal kepada penulis meskipun usia kalian lebih muda.
 15. Anggota Himpunan Mahasiswa Program Studi Matematika Periode 2019 yang sudah mengajari banyak hal kepada penulis bagaimana seharusnya menjadi ketua yang baik dan benar. Terima kasih atas dukungan dan kepercayaan kalian kepada penulis sebagai penanggung jawab HMPSMa 2019. Penulis yakin anggota-anggota ini akan mendapatkan masa depan yang cerah karena kerja keras selama ini tidak akan sia-sia.w
 16. Untuk semua pihak yang telah berjasa dalam pembuatan skripsi ini.

Bandung, Februari 2021

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Teori Kebangkrutan	5
2.2 Persamaan Diferensial Biasa	5
2.3 Distribusi	7
2.3.1 Distribusi Poisson	7
2.3.2 Distribusi Eksponensial	8
2.4 Proses Poisson	9
2.5 Proses Poisson Majemuk	11
3 METODE FUNGSI SURPLUS KONTINU DAN PERSAMAAN DIFERENSIAL INTEGRO	13
3.1 Konsep Klasik Perhitungan Peluang Kebangkrutan	13
3.1.1 Fungsi Surplus Kontinu	13
3.1.2 Kerugian Agregat Maksimum	14
3.1.3 Batas Atas dan Batas Bawah Peluang $\psi(u)$	16
3.2 Konsep Pengembangan Perhitungan Peluang Kebangkrutan	16
3.2.1 Konsep Kebangkrutan	16
3.2.2 Persamaan Diferensial Integro (PDI)	17
3.2.3 Penyederhanaan PDI menjadi PDB	18
3.2.4 Fungsi Tingkat Kebangkrutan Analitik	20
3.2.5 Fungsi Tingkat Kebangkrutan Numerik	23
4 HASIL DAN PEMBAHASAN PENENTUAN BATAS ATAS DAN BATAS BAWAH DARI PELUANG KEBANGKRUTAN	27
4.1 Algoritma Perhitungan Peluang Kebangkrutan	27
4.2 Hasil Peluang Kebangkrutan dan Analisis Sensitivitasnya	28
4.2.1 Pengaruh partisi-partisi n pada $\psi(u)$	28
4.2.2 Pengaruh parameter a terhadap $\psi(u)$	32
5 KESIMPULAN DAN SARAN	35

5.1 Kesimpulan	35
5.2 Saran	35
DAFTAR REFERENSI	37

DAFTAR GAMBAR

2.1	Grafik Fungsi Massa Peluang Distribusi Poisson dengan $\lambda = 5$.	8
2.2	Grafik Fungsi Padat Peluang Distribusi Eksponensial	9
3.1	Grafik Surplus Kontinu	14
3.2	Grafik Kerugian Agregat Maksimum	15
4.1	Batas Atas dan Batas Bawah Peluang Kebangkrutan $\psi(u)$ untuk $\omega(u)$ dengan $n = 10$	29
4.2	Batas Atas dan Batas Bawah Peluang Kebangkrutan $\psi(u)$ untuk $\omega(u)$ dengan $n = 25$	29
4.3	Batas Atas dan Batas Bawah Peluang Kebangkrutan $\psi(u)$ untuk $\omega(u)$ dengan $n = 50$	30
4.4	Batas Atas dan Batas Bawah Peluang Kebangkrutan $\psi(u)$ untuk $\omega(u)$ dengan $n = 75$	30
4.5	Batas Atas dan Batas Bawah Peluang Kebangkrutan $\psi(u)$ untuk $\omega(u)$ dengan $n = 100$	31
4.6	Batas Atas dan Batas Bawah Peluang Kebangkrutan $\psi(u)$ untuk $\omega(u)$ dengan $n = 200$	31
4.7	Peluang Kebangkrutan $\psi(u)$ untuk $\omega(u)$ dengan Parameter $a = 10$	32
4.8	Peluang Kebangkrutan $\psi(u)$ untuk $\omega(u)$ dengan Parameter $a = 100$	33

DAFTAR TABEL

2.1 Solusi dari Akar-Akar Persamaan Karakteristik	7
-------------------------------------------------------------	---

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sebuah perusahaan asuransi memiliki tujuan untuk mengambil alih atau menanggung risiko kerugian dari tertanggung yang mungkin terjadi. Jika seorang yang tertanggung mengalami suatu risiko kerugian seperti kecelakaan yang mengakibatkan harus dioperasi dan rawat inap, maka perusahaan asuransi akan menanggung biaya klaim pengobatan tertanggung dari risiko kerugian tersebut. Sistem perputaran keuangan dari perusahaan asuransi terdiri dari penjualan produk asuransi pembayaran premi oleh pemegang polis ke perusahaan dan pembayaran klaim oleh perusahaan asuransi ke pemegang polis yang mengajukan klaim karena mengalami suatu risiko. Perusahaan asuransi pasti ingin mendapatkan keuntungan dari penjualan produk asuransi dengan cara mempertahankan pemasukan yang lebih besar dari pengeluaran perusahaan. Perusahaan memiliki tanggung jawab untuk membayar biaya perusahaan, jasa pekerja, dan klaim dari pemegang polis. Tanggung jawab tersebut menimbulkan risiko perusahaan asuransi menjadi bangkrut karena pembayaran klaim yang sebenarnya lebih besar dari ekspektasi pembayaran klaim. Maka, penting bagi perusahaan untuk meminimalkan risiko kebangkrutan. Pada skripsi ini, akan dibahas model untuk menghitung peluang kebangkrutan yang terjadi pada perusahaan asuransi agar manajemen perusahaan dapat mengambil tindakan yang tepat untuk mencegah kebangkrutan.

Dalam perusahaan asuransi, selisih dari pemasukan premi dan pengeluaran perusahaan disebut nilai surplus. Surplus bernilai positif artinya perusahaan menerima keuntungan atau nilai surplus naik dan berlaku sebaliknya. Nilai surplus bergantung pada kondisi ekonomi perusahaan. Waktu dimana surplus bernilai negatif adalah waktu terjadinya kebangkrutan dari perusahaan. Salah satu penyebab perusahaan mengalami kebangkrutan adalah banyak klaim yang terjadi bersamaan sehingga perusahaan harus membayar manfaat yang besar. Perusahaan dapat mendeteksi dini risiko tersebut dengan menghitung peluang terjadinya kebangkrutan.

Pada skripsi ini, akan dibahas dua konsep yang digunakan untuk menghitung peluang terjadinya kebangkrutan perusahaan. Kedua konsep tersebut dibedakan dengan penggunaan nilai surplus awal suatu perusahaan asuransi. Pada konsep pertama, modal surplus awal diasumsikan bernilai tak negatif karena saat nilai surplus bernilai negatif perusahaan asuransi dinyatakan bangkrut. Sebagai pengembangan dari konsep pertama, maka pada konsep kedua, modal surplus awal bisa menggunakan nilai negatif dan positif sehingga terdapat perbandingan antara persamaan dengan kedua kondisi nilai surplus tersebut [1]. Penggunaan nilai surplus negatif untuk menghitung peluang kebangkrutan bertujuan untuk menunjukkan bahwa perusahaan mempunyai kesempatan untuk tidak bangkrut dengan peluang dinyatakan bangkrut akan semakin besar ketika modal surplus awal semakin kecil. Penjelasan pada konsep pertama adalah teori kebangkrutan secara umum dan sederhana dengan menggunakan fungsi surplus kontinu dan kerugian agregat maksimum untuk mendapatkan batas atas dan batas bawah dari peluang terjadinya kebangkrutan. Konsep kedua adalah peluang terjadinya kebangkrutan dihitung dengan fungsi atau tingkat kebangkrutan (untuk nilai surplus negatif) sehingga menghitung peluang batas atas dan batas bawah yang didapatkan secara umum menggunakan metode persamaan diferensial. Metode persamaan diferensial yang digunakan adalah Persamaan Diferensial Integro (PDI) dan Persamaan Diferensial Biasa (PDB).

Selanjutnya pada skripsi ini akan dibahas lebih dalam konsep kedua sampai menemukan hasil akhir.

Penyelesaian konsep kedua tersebut dilakukan dengan simulasi numerik. Simulasi numerik mengikuti simulasi Gauss Seidel dengan persamaan asumsi distribusi besar klaim yang ditentukan. Setelah dilakukan penerapan numerik, maka akan dianalisis parameter-parameter yang berdampak pada besarnya peluang terjadinya kebangkrutan. Dalam setiap simulasi, parameter didefinisikan dan diuji dengan nilai yang berbeda sehingga hubungan antara parameter dan besarnya peluang terjadinya kebangkrutan diketahui.

1.2 Rumusan Masalah

Beberapa pokok pembahasan yang akan dibahas adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana menghitung peluang terjadinya kebangkrutan?
2. Bagaimana mendapatkan batas atas dan batas bawah peluang terjadinya kebangkrutan?
3. Bagaimana perbandingan beberapa hasil simulasi numerik?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Menghitung peluang terjadinya kebangkrutan dengan metode PDI dan mengonversikan PDI menjadi PDB.
2. Menggunakan kedua metode tersebut dan metode numerik untuk mendapatkan batas atas dan batas bawah peluang terjadinya kebangkrutan.
3. Membandingkan dan menganalisa beberapa hasil simulasi numerik dengan jumlah partisi yang berbeda-beda dan perubahan koefisien laju kebangkrutan.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah dari penulisan skripsi ini adalah sebagai berikut:

1. Perusahaan yang dibahas hanya perusahaan asuransi.
2. Faktor yang diamati adalah surplus awal, laju pembayaran premi, dan agregat klaim.
3. Tidak mempertimbangkan biaya operasional perusahaan dan biaya lainnya.

1.5 Sistematika Pembahasan

Pembahasan pada skripsi ini terdiri dari lima bab, yaitu:

Bab 1: Pendahuluan

Bab ini membahas tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, metodologi, dan sistematika pembahasan.

Bab 2: Landasan Teori

Bab ini membahas PDB, proses Poisson, dan proses Poisson majemuk yang mendukung skripsi ini.

Bab 3: Metode Fungsi Surplus Kontinu dan Persamaan Diferensial Integro

Bab ini membahas persamaan surplus kontinu, PDI dan penyederhanaan persamaan menjadi PDB hingga mendapatkan persamaan peluang kebangkrutan secara sederhana.

Bab 4: Hasil dan Pembahasan Penentuan Batas Atas dan Batas Bawah dari Peluang Kebangkrutan

Bab ini membahas hasil simulasi Gauss Seidel dalam menghitung peluang kebangkrutan dengan

aproksimasi tingkat kebangkrutan secara numerik dan perbedaan hasil menggunakan berbagai partisi serta dibandingkan dengan konsep awal kebangkrutan secara umum.

Bab 5: Kesimpulan dan Saran

Bab ini membahas kesimpulan dari perhitungan peluang kebangkrutan dengan adanya konsep tingkat kebangkrutan.