

**SKRIPSI**

**PERBANDINGAN USIA HARAPAN HIDUP MODEL CHI  
HEEM DENGAN TABEL MORTALITA INDONESIA (TMI) IV**



**Fanny Indriani Br Tarigan**

**NPM: 2016710055**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2021**



**FINAL PROJECT**

**LIFE EXPECTANCY COMPARISON USING CHI HEEM  
MODEL AND MORTALITY TABLE OF INDONESIA (TMI) IV**



**Fanny Indriani Br Tarigan**

**NPM: 2016710055**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2021**



# LEMBAR PENGESAHAN

## PERBANDINGAN USIA HARAPAN HIDUP MODEL CHI HEEM DENGAN TABEL MORTALITA INDONESIA (TMI) IV

Fanny Indriani Br Tarigan

NPM: 2016710055

Bandung, 17 Februari 2021

Menyetujui,

Pembimbing 1

Pembimbing 2

Farah Kristiani, Ph.D.

Felivia Kusnadi, M.Act.Sc.

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Liem Chin, M.Si.

Maria Anestasia, M.Si., M.Act.Sc.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra



## **PERNYATAAN**

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

### **PERBANDINGAN USIA HARAPAN HIDUP MODEL CHI HEEM DENGAN TABEL MORTALITA INDONESIA (TMI) IV**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 17 Februari 2021

Fanny Indriani Br Tarigan  
NPM: 2016710055



## ABSTRAK

Terdapat tiga komponen demografi yakni kelahiran, kematian, dan migrasi. Informasi mengenai demografi sangat penting bagi lembaga asuransi, terlebih data kematian (mortalita). Data mortalita digunakan untuk memperhitungkan harga premi asuransi jiwa. Namun, data mortalita berubah sepanjang waktu. Model mortalita seperti model Lee-Carter, Bongaarts, dan Makeham yang digunakan untuk mengaproksimasi data mortalita karena relatif akurat. Pada skripsi ini, akan dibahas mengenai model survival baru oleh Wong dan Tsui yang dinamakan sebagai model Chi-Heem (CH) yang memperlihatkan peluang bertahan hidup manusia dari usia 0 hingga 110 tahun. Model ini memperhitungkan peluang hidup secara langsung tanpa perlu mengubah tingkat kematian sesaat. Kemudian, model CH digunakan untuk mengestimasi ekspektasi usia harapan hidup dengan menggunakan data Tabel Mortalita Indonesia (TMI) IV. Untuk menguji performansi model CH, dilakukan pengujian *Mean Squared Error* untuk membandingkan ekspektasi harapan hidup dari TMI IV dan model CH. Dari hasil *Mean Squared Error* yang didapatkan, dapat disimpulkan bahwa model CH dapat mengestimasi usia harapan hidup Indonesia dengan baik. Didapatkan peluang bertahan hidup serta ekspektasi usia harapan hidup perempuan lebih tinggi dibandingkan dengan laki-laki.

**Kata-kata kunci:** Fungsi *Survival*, Model Chi-Heem, *Mean Squared Error*.



## ABSTRACT

There are three demographic components which are birth, death and migration. Information about demographics is very important for insurance company, especially mortality data. Mortality data is used to calculate the price of premium life insurance. However, mortality changes continually over time. Thus, mortality models such as the Lee-Carter, Bongaarts, and Makeham are introduced as a means to approximate the values with significant accuracy. This final project determines new survival model which is introduced by Wong and Tsui, called Chi-Heem (CH) Model. This model gives the survival probability of people aged 0 to 110. This model calculates survival probability directly without changing the instantaneous mortality rate. Then, the CH model is used to predict the expected life expectancy using the Indonesian Mortality Table IV (TMI) data. To test the performance of the CH model, the Mean Squared Error test was utilized to compare the expected life expectancy value of TMI IV and CH model. From the result error mean square, it can be concluded that CH model estimate indonesia's life expectancy well. The survival probability and life expectancy of women higher than men.

**Keywords:** Survival Function, Chi-Heem Model, Mean Squared Error



*Untuk mama papa...*



## KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yesus Kristus atas kasih karunia, bimbingan serta penghiburan dariNya selama proses penyusunan skripsi yang berjudul "Perbandingan Usia Harapan Hidup Model Chi Heem dengan Tabel Mortalita Indonesia (TMI) IV". Skripsi ini disusun dalam rangka memenuhi salah satu syarat untuk menyelesaikan studi Strata-I Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung.

Selama masa perkuliahan hingga proses penyusunan skripsi ini, penulis banyak mendapat ilmu, bantuan serta dukungan dari berbagai pihak. Oleh sebab itu penulis ingin mengucapkan terimakasih sebesar-besarnya kepada :

- Papa, Mama yang selalu menghibur, memberikan semangat dan mendoakan penulis agar dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Kepada Ivana dan Melki yang selalu memberi semangat dan penghiburan kepada penulis saat penulis sedang dalam keadaan yang tidak baik.
- Ibu Farah Kristiani, S.Si., M.Si., Ph.D dan Ibu Felivia Kusnadi, S.Si., MActSc. selaku Dosen Pembimbing yang telah sabar membantu dan membimbing penulis dalam menyusun skripsi ini sehingga skripsi ini sehingga skripsi ini dapat selesai tepat waktu.
- Bapak Liem Chin, M.Si. selaku Dosen Penguji-1 dan Ibu Maria Anastasia, M.Si., M.Act.Sc. Dosen Penguji-2 yang telah memberikan ilmu, saran, dan kritik sehingga skripsi ini dapat menjadi lebih baik.
- Bapak Liem Chin, M.Si. selaku Koordinator Skripsi atas segala informasi, saran, dan bantuan yang telah diberikan selama proses penyusunan skripsi ini.
- Bapak Dr. Ferry Jaya Permana selaku Dosen Wali yang telah memberikan masukan dan bimbingan selama masa perkuliahan penulis.
- Seluruh Dosen FTIS untuk segala ilmu dan inspirasi yang telah diberikan.
- Seluruh staf Tata Usaha dan karyawan FTIS atas bantuan yang telah diberikan selama masa perkuliahan penulis.
- Jessica, Vivian, Triny Lestari, Fenny yang telah menjadi penyemangat, penghibur penulis selama masa perkuliahan. "*Growing apart doesn't change the fact that for a long time we grew side by side; our roots will always be tangled. I'm glad for that.*"
- Suryani, Aretha, Agnes, Nur, Nitya, Alvinda, Mutiara yang telah menjadi teman Gurlsquad penulis.
- Ci Natasha, Livia, Ka Thomas dan Salman yang telah menghibur, memberi semangat, memberi saran serta mendengarkan keluh kesah penulis.
- Tita, Yoga, Raxy yang telah menjadi teman penulis pada proses pengerjaan skripsi.
- Kak melisa, Ka Johanna selaku ibu rohani selama di Bandung yang selalu menemani penulis dari awal sampai akhir semester penulis dan selalu memberikan semangat kepada penulis pada perkuliahan sampai penyelesaian skripsi.
- Ko Clinton, Ko Kevin, Ko Rico yang telah memberikan semangat kepada penulis.
- Vivian, Abigail, Albert, Andrian, Bill, Blan, Chelsea, Claudya, Dennis A, Dennis T, Devina, Evan, Evi, Feby, Fia, Frandhika, Ghea, Golda, Ko Hans, Imanuel, Jessica T, Kayla, Kak Eben, Keavin, Kenny, Kevin, Leo, Livi, Marvella, Michelle, Mike, Misael, Monica, Natasia, Nicholas, Opit, Otniel, Prabu, Rayhan, Raymond, Reyhan, Reyner, Ste, Tamara, Theodore J, Vania,

Ko Vincent, Vincent JT, Yesica, Yoel, Ko Yonathan, Yosua G, Kak Zepta selaku keluarga rohani bagi penulis selama di Bandung.

- Teman-teman seperjuangan Matematika UNPAR 2016 : NT, Melia, Leo, Laureen, JC, Ivan, Edsel, Farand, Rudi, Davyn, Tata, Aretha, JT, Avel, Isa, Faza, Muti, Vheren, Vivian, Niko, Julius, Gege Stella, Yonathan, Alma, Vinda, Azka, Aldo, Felix, Salman, Widhiya, Evelyne, Salomo, Triny, Nevan, Irsyad, Lucas, Febri, Deva, Adin, Khema, Bahri, Anes, Raisa, Wilbert, Daniel, Frans, Janaka, Agnes, Sur, Fenny, Nitya, Nur, Asen, dan Gresel. Terimakasih untuk kenangan dan pembelajaran yang telah dilalui bersama.
- Teman-teman BURT HMPSMa 2017/2018 : Ci Fanny, Ci Lidya, Jesica untuk kenangan dan pembelajaran selama 1 tahun menjabat dalam BURT HMPSMa 2017/2018.
- Teman-teman BURT HMPSMa 2018/2019: Jessica, Mareg, Ata untuk pengalaman berharga, dukungan, dan kenangan selama 1 tahun menjabat dalam BURT HMPSMa.
- Teman-teman HMPSMa 2017/2018 dan HMPSMa 2018/2019 yang tidak dapat disebutkan satu persatu. Terimakasih untuk pengalaman dan pembelajaran berharga yang telah dilalui bersama.
- Teman-teman Matematika angkatan 2014, 2015, 2017, dan 2018 yang tidak dapat disebutkan satu persatu.
- Untuk semua pihak yang telah berjasa dalam penyusunan skripsi ini.

Bandung, Februari 2021

Penulis

# DAFTAR ISI

|  |             |
|--|-------------|
| <b>KATA PENGANTAR</b>  | <b>xv</b>   |
| <b>DAFTAR ISI</b>  | <b>xvii</b> |
| <b>DAFTAR GAMBAR</b>   | <b>xix</b>  |
| <b>1 PENDAHULUAN</b>   | <b>1</b>    |
| 1.1 Latar Belakang . . . . .   | 1           |
| 1.2 Rumusan Masalah . . . . .  | 2           |
| 1.3 Tujuan . . . . .   | 2           |
| 1.4 Batasan Masalah . . . . .  | 2           |
| 1.5 Sistematika Pembahasan . . . . .   | 2           |
| <b>2 LANDASAN TEORI</b>  | <b>5</b>    |
| 2.1 Fungsi Survival . . . . .  | 5           |
| 2.1.1 Tabel Mortalita . . . . .  | 7           |
| 2.2 <i>Force of Mortality</i> . . . . .  | 8           |
| 2.3 Hukum Mortalita . . . . .  | 8           |
| 2.3.1 Hukum Mortalita Gompertz . . . . .   | 8           |
| 2.3.2 Hukum Mortalita Makeham . . . . .  | 9           |
| 2.3.3 Hukum Mortalita Bongaarts ( <i>Shifting Logistic</i> ) . . . . .                                       | 9           |
| <b>3 MODEL CHI HEEM</b>  | <b>11</b>   |
| 3.1 Estimasi Parameter . . . . .   | 13          |
| 3.2 <i>Mean Squared Error</i> (MSE) . . . . .  | 14          |
| <b>4 HASIL ANALISIS</b>  | <b>15</b>   |
| 4.1 Tabel Mortalita IV . . . . .   | 15          |
| 4.2 Estimasi Parameter Model CH . . . . .  | 16          |
| 4.3 Perbandingan Model CH dengan Tabel Mortalita Indonesia IV . . . . .                                      | 18          |
| 4.3.1 Perbandingan Peluang Hidup Seseorang Berusia $x$ Dapat Bertahan Hidup<br>Satu Tahun Kemudian . . . . . | 18          |
| 4.3.2 Perbandingan Harapan Hidup . . . . .   | 20          |
| <b>5 KESIMPULAN DAN SARAN</b>  | <b>23</b>   |
| 5.1 Kesimpulan . . . . .   | 23          |
| 5.2 Saran . . . . .  | 23          |
| <b>DAFTAR REFERENSI</b>  | <b>25</b>   |
| <b>A HASIL ESTIMASI HARAPAN HIDUP DENGAN TABEL MORTALITA IV</b>  | <b>27</b>   |
| <b>B HASIL ESTIMASI HARAPAN HIDUP DENGAN MODEL CHI HEEM</b>  | <b>31</b>   |



## DAFTAR GAMBAR

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 4.1 | $p_x$ Berdasarkan Jenis Kelamin Menurut TMI IV . . . . . | 15 |
| 4.2 | Plot Perbandingan $p_x$ Perempuan . . . . .              | 18 |
| 4.3 | Plot Perbandingan $p_x$ Laki-laki . . . . .              | 19 |
| 4.4 | Plot perbandingan $e_x$ Perempuan . . . . .              | 20 |
| 4.5 | Plot perbandingan $e_x$ Laki-laki . . . . .              | 20 |



# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Proses demografi memperhatikan tiga komponen yang penting yakni kelahiran (fertilitas), kematian (mortalita) dan migrasi. Mortalita adalah peristiwa menghilangnya tanda kehidupan secara permanen yang bisa terjadi setiap saat setelah kelahiran. Informasi mengenai mortalita sangat penting bagi pemerintah maupun lembaga swasta. Bagi pemerintah, informasi ini digunakan untuk perencanaan pembangunan dan kebijakan mengenai kesehatan penduduk. Bagi lembaga swasta khususnya perusahaan asuransi untuk dapat menentukan harga premi asuransi.

Perusahaan asuransi memperhatikan usia harapan hidup (*life expectancy*) yang merupakan rata-rata tahun hidup yang masih akan dapat dicapai oleh seseorang yang telah berhasil mencapai usia  $x$ . Usia harapan hidup dipengaruhi oleh tingkat kematian bayi dan anak karena kematian pada usia tersebut membuat hilangnya peluang untuk hidup yang lebih panjang, sehingga semakin rendah angka kematian bayi maka usia harapan hidupnya semakin tinggi, begitu pula sebaliknya. Sebuah artikel yang dirilis oleh organisasi kesehatan dunia mengenai hasil survei terhadap harapan hidup rata-rata penduduk dunia dari tahun 2000 sampai 2015 memperlihatkan bahwa terjadi penambahan usia hidup rata-rata sebesar 5 tahun [1]. Dari laporan statistik kesehatan tahunan yang disusun oleh 194 negara anggota *World Health Organization* (WHO), didapatkan data usia harapan hidup rata-rata bagi anak yang lahir pada tahun 2015 adalah 71,4 tahun (usia perempuan 73,8 tahun dan usia laki-laki 69,1 tahun) meskipun harapan hidup itu sangat tergantung oleh tempat kelahiran. Di Indonesia, usia harapan hidup dari sensus penduduk tahun 1995-2000 adalah 66 tahun, artinya bayi yang lahir menjelang tahun 2001 (periode 1995-2000) akan dapat hidup sampai usia 66 tahun [2]. Tetapi bayi yang dilahirkan menjelang tahun 2005 dapat hidup sampai usia 67,8, lalu meningkat lagi menjadi 69,1 untuk bayi yang dilahirkan menjelang tahun 2010 dan bayi yang dilahirkan tahun 2015 usia harapan hidupnya mencapai 70,1 tahun. Peningkatan usia harapan hidup memperlihatkan bahwa adanya peningkatan kesejahteraan di Indonesia.

Pertumbuhan populasi makhluk hidup berlangsung secara terus menerus di mana pengukurannya dilakukan setiap selang waktu tertentu. Dibutuhkan model untuk mengetahui tingkat kematian penduduk masa depan di mana, metode ini digunakan untuk meramalkan apa yang akan terjadi dimasa depan dengan menggunakan data masa lalu. Metode peramalan seperti Lee Carter, Makeham sangat berguna untuk membantu dalam mengadakan pendekatan analisis terhadap pola data masa lalu. Data masa lalu dapat memberikan tingkat keyakinan yang lebih atas ketepatan hasil karena diperlukan data mengenai usia harapan hidup, maka penting untuk memodelkan kematian manusia yang telah diakui secara luas oleh para peneliti maupun praktisi. Selama bertahun-tahun, telah banyak berbagai pendekatan untuk memodelkan tingkat kematian yang masing-masing memiliki kelebihan dan kelemahan. Misalnya model Gompertz-Makeham, Lee Carter, dan Bongaarts. Akan tetapi model Gompertz-Makeham, Lee Carter, Bongaarts memiliki kelemahan. Gompertz-Makeham tidak baik untuk mengestimasi pada rentang usia kurang dari 25 tahun, sedangkan untuk Lee-Carter dapat mengestimasi dengan baik pada usia muda sampai dewasa. Selain itu, model Lee-Carter tidak dapat menangkap perubahan usia kematian secara spesifik[3].

Gompertz(1825) memberikan rumus untuk peluang *survival* berdasarkan kematian manusia yang

memiliki pola eksponensial untuk sebagian besar usia. Lalu dikembangkan oleh Makeham(1860) yang melihat bahwa model Gompertz tidak cocok untuk usia yang lebih tua sehingga, dimodifikasi dengan menambahkan konstanta pada modelnya. Lee dan Carter (1992) memperkenalkan metode baru untuk mengestimasi mortalitas. Model ini merupakan kombinasi dari model demografi dan model statistik *time-series*. Model ini digunakan untuk meramalkan tingkat kematian penduduk Amerika Serikat dan hasilnya menunjukkan hasil yang baik. Akan tetapi, model ini hanya untuk meramalkan mortalitas dalam jangka waktu pendek hingga menengah sehingga tidak dapat menangkap perubahan signifikan pada tingkat kematian pada usia tua. Bongaarts(2005) mengembangkan model kematian yang memperhatikan tren perubahan kematian orang dewasa (tidak untuk umur muda kurang dari 25 tahun) dan dikenal dengan model pergeseran logistik. Namun hingga saat ini, dalam proyeksi kematian sulit ditemui model yang sesuai dengan perubahan pola kematian. Hingga pada tahun 2015, Wong dan Tsui mengusulkan suatu model kematian baru yang berbentuk model *survival* yang dapat meramalkan usia harapan hidup untuk kelompok usia muda hingga tua dan berdasarkan jenis kelamin. Model baru ini dikenal dengan model Chi Heem (CH) yang menggabungkan model parametrik dengan metode *time-series*[3].

Pada skripsi ini, akan dihitung estimasi harapan hidup masyarakat Indonesia dengan menggunakan model CH. Diketahui bahwa, TMI IV merupakan alat untuk melihat peluang orang dapat bertahan hidup hingga estimasi usia harapan hidup. Dengan demikian, TMI IV ingin dibandingkan dengan model CH, apakah model CH dapat mengestimasi usia harapan hidup masyarakat Indonesia.

## 1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang dibahas pada makalah ini adalah :

1. Bagaimana cara menghitung peluang bertahan hidup serta ekspektasi harapan hidup dari perempuan dan laki-laki?
2. Seberapa akurat hasil estimasi ekspektasi usia harapan hidup dari model CH jika dibandingkan dengan TMI IV?

## 1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan penulisan dari makalah ini adalah:

1. Menghitung hasil peluang bertahan hidup serta ekspektasi harapan hidup dari perempuan dan laki-laki dengan model CH.
2. Mengukur keakuratan hasil estimasi model CH dengan *Mean Squared Error*.

## 1.4 Batasan Masalah

1. Ekspektasi jumlah orang yang berusia 0 tahun atau baru lahir sebesar  $l_x = 100.000$ .
2. Diasumsikan mencari harapan hidup dengan harapan hidup ringkas (*curtate expectation of life*)

## 1.5 Sistematika Pembahasan

Untuk mempermudah pemahaman materi, maka dalam skripsi ini akan dibagi menjadi beberapa bab dengan sistematika penulisan sebagai berikut:

### **Bab 1 : Pendahuluan**

Bab ini berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan.

### **Bab 2 : Landasan Teori**

Bab ini membahas teori pendukung yang dipakai, yaitu fungsi *survival*, *force of mortality*, hukum mortalita dan tabel mortalita.

**Bab 3 : Model Chi Heem**

Bab ini membahas model Chi, metode *maximum likelihood*, dan *Mean Squared Error*.

**Bab 4 : Hasil Analisis**

Bab ini berisi hasil analisis yang telah dilakukan.

**Bab 5 : Kesimpulan dan Saran**

Bab ini berisi beberapa kesimpulan yang diambil dari pembahasan pada bab-bab sebelumnya, serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

