

**SKRIPSI**

**MODEL EPQ UNTUK BARANG DETERIORASI  
BERDISTRIBUSI WEIBULL DENGAN TINGKAT PRODUKSI  
TIDAK KONSTAN DAN PERMINTAAN BERGANTUNG  
PERSEDIAAN**



**KHEMA BELINDA**

**NPM: 2016710043**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2021**



**FINAL PROJECT**

**AN EPQ MODEL FOR WEIBULL DISTRIBUTION  
DETERIORATING ITEMS WITH NON-CONSTANT  
PRODUCTION LEVEL AND INVENTORY-DEPENDENT  
DEMAND**



**KHEMA BELINDA**

**NPM: 2016710043**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2021**



# LEMBAR PENGESAHAN

## MODEL EPQ UNTUK BARANG DETERIORASI BERDISTRIBUSI WEIBULL DENGAN TINGKAT PRODUKSI TIDAK KONSTAN DAN PERMINTAAN BERGANTUNG PERSEDIAAN

**KHEMA BELINDA**

**NPM: 2016710043**

**Bandung, 15 Februari 2021**

**Menyetujui,**

**Pembimbing 1**

**Pembimbing 2**

**Prof. Dr. Julius Dharma Lesmono**

**Taufik Limansyah, M.T.**

**Ketua Tim Penguji**

**Anggota Tim Penguji**

**Benny Yong, Ph.D.**

**Liem Chin, M.Si.**

**Mengetahui,**

**Ketua Program Studi**

**Dr. Erwinna Chendra**



## **PERNYATAAN**

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

### **MODEL EPQ UNTUK BARANG DETERIORASI BERDISTRIBUSI WEIBULL DENGAN TINGKAT PRODUKSI TIDAK KONSTAN DAN PERMINTAAN BERGANTUNG PERSEDIAAN**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 15 Februari 2021

**KHEMA BELINDA**  
NPM: 2016710043





## ABSTRAK

Model persediaan dibutuhkan untuk membantu produsen menentukan jumlah barang yang harus diproduksi dengan biaya total minimum. Selama proses produksi berlangsung, terdapat kemungkinan terjadinya kerusakan mesin yang mengakibatkan penurunan jumlah produksi barang. Pada skripsi ini akan dikembangkan model persediaan untuk barang deteriorasi berdistribusi Weibull dengan tingkat produksi tidak konstan dan permintaan bergantung pada persediaan. Metode yang digunakan pada skripsi ini adalah model EPQ. Produksi tidak konstan akan dibagi menjadi produksi yang menurun mengikuti fungsi tangga dan produksi menurun secara eksponensial. Waktu siklus dan waktu produksi satu siklus yang meminimumkan biaya total, akan ditentukan dengan menggunakan model yang dibahas pada skripsi ini. Berdasarkan hasil analisis sensitivitas dari perubahan parameter tingkat produksi, laju deteriorasi, biaya penyimpanan, biaya kerusakan, dan laju penurunan produksi, ketika terjadi peningkatan tingkat produksi, laju deteriorasi, biaya penyimpanan, biaya kerusakan, dan laju penurunan produksi, maka biaya total akan bertambah. Waktu satu siklus menjadi lebih singkat ketika tingkat produksi, laju deteriorasi, biaya penyimpanan, dan biaya kerusakan bertambah, sedangkan laju penurunan produksinya menurun. Waktu produksi satu siklus bertambah ketika laju deteriorasi dan laju penurunan produksi meningkat.

**Kata-kata kunci:** Model EPQ, Deteriorasi, Permintaan Bergantung Persediaan, Tingkat Produksi Tidak Konstan



## ABSTRACT

Inventory model is needed to help producers to determine the quantity of goods to be produced at minimum total cost. During the production process, there is also possibility of machine failure so the amount of goods produced will decrease. This final project proposes an inventory model for deteriorating goods with Weibull distribution with non-constant production rate and inventory-dependent demand. The method used in this final project is EPQ model. There are two types of non-constant production rate considered in this final project, namely production rate following the ladder function and exponentially decreased production rate. Cycle time and one cycle production time that minimizing the total cost will be determined using the model discussed. Based on the sensitivity analysis on production level, deterioration rate, holding costs, deterioration costs, and decreased production rate, the total cost will increase when the production level, deterioration rate, holding costs, deterioration costs, and decreased production rate increase. The cycle time becomes shorter as the production level, deterioration rate, holding costs, and deterioration costs increase, while the decreased production rate decreases. The one cycle production time increases as the deterioration rate and decreased production rate increase.

**Keywords:** EPQ Model, Deterioration, Inventory Dependent Demand, Non Constant Production Level



*Untuk dikenang*



## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis ucapkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala berkat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Penyusunan skripsi ini bertujuan untuk memenuhi syarat kelulusan Strata-1 Program Studi Matematika di Universitas Katolik Parahyangan. Pada kesempatan ini penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Keluarga (Mama, Papa, Mona Regina, dan Khanti Devina) yang selalu mendukung, mendoakan, dan menghibur penulis.
2. Bapak Prof. Dr. Julius Dharma Lesmono dan Bapak Taufik Limansyah, M.T. selaku dosen pembimbing yang telah memberi saran dan dukungan, serta membimbing penulis dengan penuh kesabaran selama proses penyelesaian skripsi.
3. Bapak Benny Yong, Ph.D. selaku dosen penguji yang telah memberikan ilmu, kritik, dan saran sehingga skripsi ini dapat menjadi lebih baik.
4. Bapak Liem Chin, M.Si. selaku dosen penguji dan koordinator skripsi. Terima kasih atas kritik, saran, dan waktu yang telah diberikan kepada penulis.
5. Bapak Dr. Ferry Jaya Permana selaku dosen wali yang telah memberikan nasihat, dukungan, dan saran selama proses perkuliahan penulis.
6. Seluruh dosen dan staf FTIS yang telah membantu penulis selama proses perkuliahan.
7. Claresta Felim yang menjadi partner apapun khususnya nekat bersama selama masa kuliah dan selalu menemani penulis sejak hari pertama perkuliahan tatap muka hingga daring.
8. Diana Darapuspa yang menjadi teman di lapangan, julid, dan jalan-jalan selama kuliah.
9. Verrell Angelica Pangalila yang selalu mendukung dan memberi keceriaan kepada penulis khususnya selama proses perkuliahan di Bandung.
10. Fire (Tata, Stella, Gresel, Nevan, dan NT) yang selalu memberi hiburan selama proses perkuliahan, bantuan dan dukungan setiap sebelum ujian.
11. Ashiapppp/ Fire Station (Tata, Stella, Gresel, Nevan, NT, Edsel, Felix, Asen, Avel, Farand, dan Wilbert) yang memberi hiburan dan semangat selama proses perkuliahan.
12. Kebut (Tata, Diana, dan Sari) yang telah memberikan pengalaman yang berkesan selama proses perkuliahan.
13. Salman dan *Rainbow* yang telah menemani dan membantu penulis selama kuliah.
14. Teman-teman angkatan 2016 Matematika Universitas Katolik Parahyangan yang telah berjuang bersama-sama dan menghiasi kehidupan perkuliahan penulis selama 4,5 tahun.
15. Tim Ekspedisi Penelusuran Gua Taman Nasional Matalawa Sumba Timur (Diana, Nyoman, Anton, dan Xavier) yang telah memberikan banyak tantangan pada masanya, pengalaman tak ternilai, serta membuat hidup penulis menjadi lebih berwarna.
16. Angkatan Rantaigama Cakrawala dan rekan-rekan Mahitala Unpar lainnya yang telah memberikan banyak cerita dan pengalaman baru yang berkesan kepada penulis.
17. Gossip (Vina dan Veren) yang selalu menyemangati dan menghibur penulis sejak SMA.

Penulis menerima kritik dan saran yang membangun dari para pembaca demi berkembangnya skripsi ini. Akhir kata semoga skripsi ini dapat bermanfaat. Terima kasih.

Bandung, Februari 2021

Penulis





# DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xix</b>
<b>DAFTAR TABEL</b>	<b>xxi</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Tujuan . . . . .	2
1.4 Batasan Masalah . . . . .	2
1.5 Sistematika Pembahasan . . . . .	2
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	<b>5</b>
2.1 Model EPQ ( <i>Economic Production Quantity</i> ) . . . . .	5
2.2 Persamaan Diferensial Linear Orde Satu . . . . .	8
2.3 Matriks Hessian . . . . .	8
2.4 Distribusi Weibull . . . . .	9
<b>3 MODEL EPQ UNTUK BARANG DETERIORASI BERDISTRIBUSI WEIBULL DENGAN TINGKAT PRODUKSI TIDAK KONSTAN DAN PERMINTAAN BERGANTUNG PADA PERSEDIAAN</b>	<b>11</b>
3.1 Notasi dan Asumsi . . . . .	12
3.2 Model 1: Faktor Deteriorasi Konstan dan Tingkat Produksi Menurun Mengikuti Fungsi Tangga . . . . .	13
3.2.1 Formulasi Model . . . . .	13
3.2.2 Contoh Numerik . . . . .	16
3.3 Model 2: Faktor Deteriorasi Konstan dan Tingkat Produksi Menurun Secara Eksponensial . . . . .	17
3.3.1 Formulasi Model . . . . .	17
3.3.2 Contoh Numerik . . . . .	21
<b>4 ANALISIS SENSITIVITAS MODEL</b>	<b>23</b>
4.1 Pengaruh Perubahan Tingkat Produksi Model 1 . . . . .	23
4.2 Pengaruh Perubahan Tingkat Produksi Model 2 . . . . .	24
4.3 Pengaruh Perubahan Laju Deteriorasi . . . . .	25
4.4 Pengaruh Perubahan Biaya Penyimpanan . . . . .	26
4.5 Pengaruh Perubahan Biaya Kerusakan . . . . .	26
4.6 Pengaruh Perubahan Laju Penurunan Produksi Model 2 . . . . .	27
<b>5 KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>29</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	29

5.2 Saran . . . . .	29
<b>DAFTAR REFERENSI</b>	<b>31</b>

## DAFTAR GAMBAR

2.1	Grafik EPQ [1] . . . . .	5
2.2	Grafik Fungsi Kepadatan Peluang Weibull . . . . .	9
2.3	Grafik Fungsi Hazard Weibull . . . . .	10
3.1	Grafik Tingkat Persediaan Terhadap Waktu . . . . .	11



## DAFTAR TABEL

4.1	Pengaruh perubahan parameter $P_1$ pada Model 1 . . . . .	24
4.2	Pengaruh perubahan parameter $P_0$ dan $P_1$ pada Model 1 . . . . .	24
4.3	Pengaruh perubahan parameter $P_0$ pada Model 2 . . . . .	25
4.4	Pengaruh perubahan laju $\theta$ pada Model 1 . . . . .	25
4.5	Pengaruh perubahan laju $\theta$ pada Model 2 . . . . .	25
4.6	Pengaruh perubahan parameter $h_c$ pada Model 1 . . . . .	26
4.7	Pengaruh perubahan parameter $h_c$ pada Model 2 . . . . .	26
4.8	Pengaruh perubahan parameter $w$ pada Model 1 . . . . .	27
4.9	Pengaruh perubahan parameter $w$ pada Model 2 . . . . .	27
4.10	Pengaruh perubahan parameter $\mu$ pada Model 2 . . . . .	27



# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Persediaan merupakan kumpulan barang yang akan digunakan untuk memenuhi jumlah permintaan pada masa yang akan datang [2]. Model persediaan diperlukan oleh produsen untuk menentukan jumlah barang yang harus diproduksi agar dapat memenuhi permintaan. Namun pada kenyataannya, para produsen tetap mengalami kesalahan pada perencanaan produksi [1]. Lancar atau tidaknya proses produksi suatu perusahaan ditentukan oleh persediaan bahan baku yang optimal. Oleh karena itu, setiap perusahaan harus mampu mengendalikan persediaan bahan baku yang optimal untuk kelancaran proses produksi. Pengendalian persediaan yang optimal membuat perusahaan dapat memenuhi kebutuhan pelanggan dengan tepat waktu dan meminimalkan biaya persediaan sehingga tujuan perusahaan dapat tercapai [3].

Perencanaan produksi harus mempertimbangkan beberapa faktor. Faktor-faktor tersebut meliputi biaya produksi, biaya persiapan, biaya penyimpanan, dan faktor penurunan kualitas suatu barang atau disebut dengan deteriorasi. Perusahaan tidak dapat langsung menumpuk persediaan yang terlalu banyak karena jika persediaan yang disimpan terlalu lama akan mengalami penurunan kualitas barang sehingga barang tersebut tidak pada kondisi sempurna untuk memenuhi permintaan konsumen kedepannya. Penurunan kualitas barang umumnya terjadi pada makanan dan obat-obatan yang kadaluarsa, sehingga mengakibatkan penurunan harga jual dan keuntungan yang menipis. Jumlah persediaan yang berlebih selain barang akan menjadi rusak juga dapat berakibat pada bertambahnya biaya penyimpanan. Begitu pula sebaliknya, jika jumlah persediaan terlalu sedikit maka persediaan akan habis sebelum satu siklus berakhir dan perusahaan akan kehilangan keuntungan lebih yang bisa diperoleh.

Sebuah perusahaan produsen kerap kali dijumpai oleh permasalahan mengenai jumlah barang yang harus diproduksi. Produsen harus mengeluarkan biaya persiapan terlebih dahulu sebelum memulai produksi. Biaya persiapan ini meliputi biaya pengadaan bahan baku, biaya tenaga kerja, sewa gedung, dan biaya administrasi. Biaya produksi terjadi selama proses produksi berlangsung, seperti biaya listrik pabrik dan biaya pemeliharaan mesin. Banyaknya pengeluaran tersebut membuat produsen harus menentukan jumlah barang yang diproduksi agar biaya total yang dikeluarkan minimum. Selain itu, saat proses produksi berlangsung juga ada kemungkinan terjadinya kerusakan mesin yang mengakibatkan penurunan produksi barang sehingga jumlah barang yang diproduksi tidak selalu sama.

Pada skripsi ini akan dibahas model persediaan EPQ (*Economic Production Quantity*) untuk barang yang berdeteriorasi mengikuti laju distribusi Weibull, permintaan bergantung pada persediaan, dan tingkat produksi yang tidak konstan. Tingkat produksi tidak konstan artinya jumlah barang yang diproduksi tidak selalu sama selama satu siklus karena kerusakan mesin maupun berkurangnya tenaga kerja. Tingkat produksi tidak konstan dibagi menjadi tingkat produksi yang menurun mengikuti fungsi tangga dan tingkat produksi yang menurun secara eksponensial. Parameter dari distribusi Weibull dapat menggambarkan kondisi dari tingkat kerusakan barang. Waktu siklus dan waktu produksi satu siklus yang meminimumkan biaya total, akan ditentukan dengan menggunakan model yang dibahas pada skripsi ini.

## 1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang dibahas berdasarkan latar belakang adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana model matematika yang mempertimbangkan barang berdeteriorasi dengan permintaan bergantung pada persediaan dan tingkat produksi tidak konstan?
2. Bagaimana menentukan waktu produksi satu siklus dan waktu siklus untuk meminimumkan total biaya persediaan dari model yang diperoleh?
3. Bagaimana pengaruh perubahan pada parameter-parameter model terhadap solusi optimum dari model yang diperoleh?

## 1.3 Tujuan

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan penulisan skripsi ini sebagai berikut:

1. Menentukan model matematika yang mempertimbangkan barang berdeteriorasi dengan permintaan bergantung pada persediaan dan tingkat produksi tidak konstan.
2. Menentukan waktu produksi satu siklus dan waktu siklus untuk meminimumkan total biaya persediaan dari model yang diperoleh.
3. Melakukan analisis sensitivitas untuk mengetahui perubahan pada parameter-parameter model terhadap solusi optimum dari model yang diperoleh.

## 1.4 Batasan Masalah

Ada beberapa batasan masalah pada skripsi ini yaitu:

1. Model persediaan yang digunakan untuk satu jenis barang.
2. Banyaknya siklus produksi tidak terbatas.
3. Tidak terjadi kekurangan barang.

## 1.5 Sistematika Pembahasan

Skripsi ini terdiri dari lima bab, yaitu:

### **Bab 1: Pendahuluan**

Bab ini menjelaskan tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, dan sistematika pembahasan.

### **Bab 2: Landasan Teori**

Bab ini membahas tentang teori-teori yang akan digunakan untuk menyusun skripsi ini yaitu model EPQ, persamaan diferensial linear orde satu, matriks Hessian, dan distribusi Weibull.

### **Bab 3: Model EPQ untuk Barang Deteriorasi Berdistribusi Weibull dengan Tingkat Produksi Tidak Konstan dan Permintaan Bergantung Persediaan**

Bab ini berisi notasi, asumsi, dan prosedur pencarian solusi optimum dari model persediaan barang untuk barang deteriorasi Weibull dengan tingkat produksi tidak konstan dan permintaan bergantung persediaan. Contoh numerik juga diberikan untuk menggambarkan model ini.

### **Bab 4: Analisis Sensitivitas Model**

Bab ini menganalisis pengaruh perubahan parameter tingkat produksi, laju deteriorasi, laju penurunan produksi, biaya penyimpanan, dan biaya kerusakan terhadap jumlah persediaan, waktu produksi, panjang siklus, dan biaya total.



**Bab 5: Kesimpulan dan Saran**

Bab ini berisi kesimpulan yang diperoleh dari bab sebelumnya dan saran untuk pengembangan lebih lanjut.

