

SKRIPSI

MODEL PERSEDIAAN BARANG DENGAN PERMINTAAN
TIPE *RAMP* UNTUK BARANG BERDETERIORASI
BERGANTUNG WAKTU DAN MEMPERTIMBANGKAN
FAKTOR *BACKLOGGING*



Febrizio Willem Ong

NPM: 2016710040

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2021

FINAL PROJECT

**AN INVENTORY MODEL WITH RAMP TYPE DEMAND
FOR TIME-DEPENDENT DETERIORATION ITEMS AND
CONSIDERING THE BACKLOGGING FACTOR**



Febrizio Willem Ong

NPM: 2016710040

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2021**

LEMBAR PENGESAHAN

MODEL PERSEDIAAN BARANG DENGAN PERMINTAAN TIPE *RAMP* UNTUK BARANG BERDETERIORASI BERGANTUNG WAKTU DAN MEMPERTIMBANGKAN FAKTOR *BACKLOGGING*

Febrizio Willem Ong

NPM: 2016710040

Bandung, 11 Februari 2021

Menyetujui,

Pembimbing

Taufik Limansyah, M.T.

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Agus Sukmana, M.Sc.

Dr. Andreas Parama Wijaya

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

**MODEL PERSEDIAAN BARANG DENGAN PERMINTAAN TIPE *RAMP*
UNTUK BARANG BERDETERIORASI BERGANTUNG WAKTU DAN
MEMPERTIMBANGKAN FAKTOR *BACKLOGGING***

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 11 Februari 2021

Febrizio Willem Ong
NPM: 2016710040

ABSTRAK

Persediaan merupakan salah satu elemen utama dalam suatu kegiatan usaha penyediaan barang. Pengelolaan persediaan yang efektif diperlukan untuk menghindari kerugian dalam menjalankan kegiatan usaha. Dalam pengelolaan persediaan terdapat banyak faktor yang mempengaruhi, seperti tingkat permintaan, biaya pemesanan, biaya penyimpanan, harga barang, harga jual, tempat penyimpanan, dan faktor deteriorasi. Pada saat terjadi kekurangan pada persediaan, dikenal kebijakan yang disebut *backlogging* yaitu usaha untuk memenuhi sebagian permintaan pada saat kondisi persediaan kosong. Dalam skripsi ini dibahas model persediaan dengan permintaan tipe *ramp*. Permintaan tipe *ramp* mengasumsikan bahwa permintaan akan monoton naik hingga pada satu titik tertentu menjadi konstan. Terdapat dua model dengan permintaan tipe *ramp* yang dibahas. Model pertama mengasumsikan bahwa permintaan merupakan fungsi linear bergantung waktu sebelum berubah menjadi konstan. Model kedua mengasumsikan bahwa permintaan merupakan fungsi kuadratik bergantung waktu sebelum kemudian berubah menjadi konstan. Model ini juga mempertimbangkan faktor deteriorasi, yaitu faktor penurunan kualitas barang. Selain deteriorasi, model ini juga akan mempertimbangkan faktor *backlogging*. Tujuan dari model ini adalah untuk menentukan waktu barang habis (t_1) dan panjang siklus dari persediaan (T) yang meminimumkan total biaya. Dari hasil analisis sensitivitas, diperoleh bahwa total biaya untuk kedua model dipengaruhi paling besar oleh faktor peningkatan permintaan dan biaya deteriorasi per barang. Hasil analisis sensitivitas juga menunjukkan bukti bahwa kebijakan *backlogging* efektif dalam mengatasi jumlah maksimum kekurangan.

Kata-kata kunci: Persediaan, Deteriorasi, Tipe *Ramp*, *Backlogging*

ABSTRACT

Inventory are one of the main element in a business activity of providing goods. Effective inventory management is needed to avoid losses in carrying out business activities. In inventory management there are many factors that affect, such as the amount of inventory, the rate of demand, ordering cost, holding cost, the items price, selling price, the warehouse, and the deterioration factor. When there is a shortage in inventory, there is a policy called backlogging, which is an attempt to fulfill some of the demand when the inventory is empty. In this thesis, the inventory model with ramp type demand will be discussed. The ramp type demand assumes that the demand will be increasing until a certain point and then the demand will be constant. There are two models with ramp type demand that will be discussed. The first model assumes that the demand is a linear time-dependent function before it becomes constant. The second model assumes that the demand is a time-dependent quadratic function before it becomes constant. This model will also consider deterioration factors, a factors of decreasing quality of goods. Apart from deterioration, this model will also consider the backlogging factor. The objective of this model is to find the time when the inventory are empty (t_1) and the cycle length of the inventory (T) that minimize the total cost. From the sensitivity analysis, the total cost for the two models affected the most by the rate of demand parameter and deterioration cost per unit. The results of the sensitivity analysis also show evidence that backlogging policy is effective in overcoming the maximum number of shortages.

Keywords: Inventory, Deterioration, Ramp Type, Backlogging

μεσανυχτα

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas rahmat dan bimbingannya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul "MODEL PERSEDIAAN BARANG DENGAN PERMINTAAN TIPE *RAMP* UNTUK BARANG BERDETERIORASI BERGANTUNG WAKTU DAN MEMPERTIMBANGKAN FAKTOR *BACKLOGGING*" dengan baik dan tepat waktu. Penulis merasa bahagia dengan selesainya skripsi ini dan berharap karya ini dapat berguna bagi para pembaca. Skripsi ini dibuat dari keingintahuan penulis mengenai berbagai jenis model persediaan, bagaimana pendekatan matematika terhadap pengelolaan barang dalam melakukan suatu kegiatan usaha. Pada kesempatan kali ini, penulis ingin menyampaikan ucapan terimakasih kepada pihak-pihak yang telah membantu penulis selama proses perkuliahan dan penyusunan skripsi ini, diantaranya :

- Almarhum papa yang selalu berada di dalam hati penulis, baik sosoknya maupun pelajaran, pengetahuan, dan bimbingan yang ditinggalkan.
- Mama yang selama hidup penulis sudah mau membantu, membimbing, dan memberikan dukungan secara mental maupun finansial kepada penulis.
- Om Ari dan Tante Anne yang telah bersedia menemani setengah perjalanan hidup penulis dan menemani penulis dalam menempuh pendidikan.
- Cece Gaby dan Billy sebagai kakak penulis yang sudah berbagi pengalaman dan mau memberikan arahan kepada penulis hingga penulis mampu menyelesaikan pendidikan.
- Bapak Taufik Limansyah, M.T. selaku dosen pembimbing juga dosen wali penulis yang sudah memberikan ilmu, pengetahuan, dan arahan dalam penulis mengerjakan skripsi dan menjalani kehidupan perkuliahan.
- Bapak Agus Sukmana, M.Sc. dan Bapak Dr. Andreas Parama Wijaya selaku dosen penguji yang telah bersedia memberikan komentar, saran, dan tanggapan untuk skripsi penulis sehingga skripsi ini dapat ditulis lebih baik.
- Seluruh dosen Program Studi Matematika UNPAR yang telah memberikan pengetahuan kepada penulis, baik secara akademik maupun non-akademik.
- Seluruh staf Tata Usaha FTIS yang telah banyak memberikan segala bentuk bantuan administratif dan informasi selama perkuliahan.
- Teman-teman Math 16 yang telah bersama-sama dengan penulis berjuang dalam perkuliahan.
- Felix, Irsyad, Farand, Niko, Rudi, Salman, Triny, dan Nitya yang telah berbagi cerita dan sudut pandang kepada penulis selama menempuh kehidupan perkuliahan di UNPAR.
- Teman-teman HMPSMa Periode 2018/2019 yang telah memberikan pengetahuan dan pengalaman dalam menjalankan organisasi.
- Teman-teman Divisi Media Komunikasi HMPSMa Periode 2018/2019 yang telah bersma-sama dengan penulis menjalankan tugas sebagai bagian dari kepengurusan himpunan.

- Indra, Christian, Cluivert, Owen, Prisky, dan Christoffel yang telah bersama-sama melewati masa sekolah bersama penulis.

Penulis menyadari bahwa masih ada kekurangan dalam penyusunan skripsi ini. Penulis dengan terbuka menerima segala saran dan kritik yang membangun dari pembaca untuk penyempurnaan skripsi ini. Penulis berharap agar skripsi ini dapat bermanfaat dan memberikan inspirasi bagi pembaca.

Bandung, Februari 2021

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Model <i>Economic Order Quantity</i> (EOQ)	5
2.2 Model Persediaan dengan Permintaan Bergantung Tingkat Persediaan	7
2.3 Persamaan Diferensial Linear Orde 1	10
2.4 Matriks Hessian	10
2.5 Deret McLaurin	11
3 MODEL PERSEDIAAN BARANG DENGAN PERMINTAAN TIPE <i>Ramp</i> UNTUK BARANG BERDETERIORASI BERGANTUNG WAKTU DAN MEMPERTIMBANGKAN FAKTOR <i>Backlogging</i>	13
3.1 Model dengan Permintaan Tipe <i>Ramp</i>	14
3.1.1 Asumsi dan Notasi	14
3.2 Model 1: Permintaan sebagai Fungsi Linear pada $[0, \mu]$	15
3.2.1 Formulasi Model	15
3.2.2 Contoh Numerik	20
3.3 Model 2: Permintaan sebagai Fungsi Kuadratik pada $[0, \mu]$	21
3.3.1 Formulasi Model	21
3.3.2 Contoh Numerik	28
4 ANALISIS SENSITIVITAS	29
4.1 Analisis Sensitivitas Model 1	29
4.1.1 Pengaruh Perubahan Biaya Pemesanan per Sekali Pesan (A)	29
4.1.2 Pengaruh Perubahan Parameter Fraksi Biaya Penyimpanan (h)	30
4.1.3 Pengaruh Perubahan Parameter Faktor Peningkatan Permintaan (a)	31
4.1.4 Pengaruh Perubahan Parameter Deteriorasi (θ)	32
4.1.5 Pengaruh Perubahan Biaya Deteriorasi per Barang (c_1)	33
4.1.6 Pengaruh Perubahan Biaya Kekurangan per Barang (c_2)	34
4.1.7 Pengaruh Perubahan Biaya <i>Lost Sale</i> per Barang (c_3)	35

4.1.8	Pengaruh Perubahan Parameter <i>Backlogging</i> (δ)	36
4.2	Analisis Sensitivitas Model 2	37
4.2.1	Pengaruh Perubahan Biaya Pemesanan per Sekali Pesan (A)	37
4.2.2	Pengaruh Perubahan Parameter Fraksi Biaya Penyimpanan (h)	38
4.2.3	Pengaruh Perubahan Parameter Faktor Peningkatan Permintaan (a, b, c)	39
4.2.4	Pengaruh Perubahan Parameter Deteriorasi (θ)	42
4.2.5	Pengaruh Perubahan Biaya Deteriorasi per Barang (c_1)	43
4.2.6	Pengaruh Perubahan Biaya Kekurangan per Barang (c_2)	44
4.2.7	Pengaruh Perubahan Biaya <i>Lost Sale</i> per Barang (c_3)	45
4.2.8	Pengaruh Perubahan Parameter <i>Backlogging</i> (δ)	46
5	KESIMPULAN DAN SARAN	49
5.1	Kesimpulan	49
5.2	Saran	49
	DAFTAR REFERENSI	51

DAFTAR GAMBAR

2.1	Model EOQ	5
2.2	Model Persediaan dengan Permintaan Bergantung Tingkat Persediaan	7
3.1	Grafik tingkat persediaan terhadap waktu	13
3.2	Hubungan TC dengan t_1 dan T	21
3.3	Hubungan TC dengan t_1 dan T	28
4.1	Pengaruh Perubahan A terhadap T , t_1 , dan TC	30
4.2	Pengaruh Perubahan h terhadap T , t_1 dan TC	31
4.3	Pengaruh Perubahan a terhadap T , t_1 dan TC	32
4.4	Pengaruh Perubahan θ terhadap T , t_1 dan TC	33
4.5	Pengaruh Perubahan c_1 terhadap T , t_1 dan TC	34
4.6	Pengaruh Perubahan c_2 terhadap T , t_1 dan TC	35
4.7	Pengaruh Perubahan c_3 terhadap T , t_1 dan TC	36
4.8	Pengaruh Perubahan δ terhadap T , t_1 dan TC	37
4.9	Pengaruh Perubahan A terhadap T , t_1 dan TC	38
4.10	Pengaruh Perubahan h terhadap T , t_1 dan TC	39
4.11	Pengaruh Perubahan a terhadap T , t_1 dan TC	40
4.12	Pengaruh Perubahan b terhadap T , t_1 dan TC	41
4.13	Pengaruh Perubahan c terhadap T , t_1 dan TC	42
4.14	Pengaruh Perubahan θ terhadap T , t_1 dan TC	43
4.15	Pengaruh Perubahan c_1 terhadap T , t_1 dan TC	44
4.16	Pengaruh Perubahan c_2 terhadap T , t_1 dan TC	45
4.17	Pengaruh Perubahan c_3 terhadap T , t_1 dan TC	46
4.18	Pengaruh Perubahan δ terhadap T , t_1 dan TC	47

DAFTAR TABEL

4.1	Solusi optimum Model 1	29
4.2	Pengaruh Perubahan A terhadap Solusi Optimal	29
4.3	Pengaruh perubahan h terhadap Solusi Optimal	30
4.4	Pengaruh perubahan a terhadap Solusi Optimal	31
4.5	Pengaruh perubahan θ terhadap Solusi Optimal	32
4.6	Pengaruh perubahan c_1 terhadap Solusi Optimal	33
4.7	Pengaruh perubahan c_2 terhadap Solusi Optimal	34
4.8	Pengaruh perubahan c_3 terhadap Solusi Optimal	35
4.9	Pengaruh perubahan δ terhadap Solusi Optimal	36
4.10	Solusi optimum Model 2	37
4.11	Pengaruh perubahan A terhadap Solusi Optimal	37
4.12	Pengaruh perubahan h terhadap Solusi Optimal	38
4.13	Pengaruh perubahan a terhadap Solusi Optimal	39
4.14	Pengaruh perubahan b terhadap Solusi Optimal	40
4.15	Pengaruh perubahan c terhadap Solusi Optimal	41
4.16	Pengaruh perubahan θ terhadap Solusi Optimal	42
4.17	Pengaruh perubahan c_1 terhadap Solusi Optimal	43
4.18	Pengaruh perubahan c_2 terhadap Solusi Optimal	44
4.19	Pengaruh perubahan c_3 terhadap Solusi Optimal	45
4.20	Pengaruh perubahan δ terhadap Solusi Optimal	46

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perancangan, pembiayaan, pembuatan, dan penjualan merupakan faktor-faktor yang harus diperhatikan oleh sebuah perusahaan dalam menjalankan usahanya. Perusahaan pada umumnya lebih fokus pada pengelolaan pekerja, investasi, dan alat dibandingkan barang atau persediaan. Barang dianggap sebagai sesuatu yang murah, tersedia, dan tidak terbatas. Namun kenyataan pasar membuat pandangan ini menghilang dan memaksa pengelolaan barang masuk menjadi salah satu dari fungsi utama sebuah perusahaan [1].

Persediaan sendiri merupakan elemen utama dalam kegiatan usaha penyediaan barang. Pengelolaan persediaan yang efektif bertujuan untuk mengoptimalkan keuntungan kegiatan usaha tersebut demi menjaga kelangsungan kegiatan usaha. Kerugian seperti biaya berlebih untuk menyimpan persediaan yang terlalu banyak dengan tingkat permintaan pasar yang rendah bisa muncul dikarenakan pengelolaan persediaan yang kurang efektif. Keuntungan yang hilang akibat persediaan yang kurang sehingga tidak mampu memenuhi permintaan pasar juga salah satu contoh akibat pengelolaan persediaan yang buruk.

Dalam pengelolaan persediaan, terdapat berbagai faktor yang harus dipertimbangkan. Faktor-faktor tersebut seperti tingkat permintaan, biaya pemesanan, biaya penyimpanan, harga barang dan harga jual, tempat penyimpanan, dan faktor deteriorasi. Deteriorasi merupakan penurunan kualitas barang yang mengakibatkan nilai barang tersebut berkurang. Deteriorasi umumnya disebabkan oleh karakteristik suatu barang yang tidak bisa disimpan dalam jangka waktu tertentu. Contohnya seperti obat-obatan dan makanan. Deteriorasi sendiri terdiri dari dua jenis, yaitu deteriorasi langsung (instan) dan deteriorasi tidak langsung (non-instan). Pada beberapa pengembangan model persediaan, deteriorasi diasumsikan terjadi sesaat setelah barang tersebut masuk ke persediaan (deteriorasi instan). Namun pada kenyataannya, ada waktu di mana barang yang masuk ke persediaan dijaga atau dirawat kualitasnya agar bisa bertahan lebih lama (deteriorasi non-instan) [2]. Berkurangnya nilai suatu barang akibat deteriorasi tidak semata-mata disebabkan karena barang tersebut mengalami kerusakan pada karakteristiknya, namun faktor kemajuan teknologi juga bisa menyebabkan kualitas suatu barang tersebut turun. Contohnya gawai seperti komputer atau telepon genggam yang akan terus menerus beregenerasi [3].

Dalam upaya mendapatkan bentuk pengelolaan persediaan yang optimal, dikembangkan sebuah model matematika yang disebut model persediaan. Beberapa penelitian tentang model persediaan dengan mempertimbangkan faktor deteriorasi telah dikaji dalam berbagai sudut pandang, seperti model persediaan untuk barang berdeteriorasi dengan permintaan bergantung harga jual barang dan biaya penyimpanan bergantung waktu dikembangkan oleh Jaggi, *et al.* [4]. Kumar, *et al.* [5] memperluas model persediaan untuk barang berdeteriorasi dengan asumsi bahwa biaya penyimpanan merupakan fungsi parabolik bergantung waktu. Model persediaan untuk barang berdeteriorasi dengan tingkat deteriorasi bergantung tiga parameter distribusi Weibull dikembangkan oleh Bhunia, *et al.* [6]. Shaikh, *et al.* [7] mengembangkan model EOQ dengan barang berdeteriorasi dan permintaan bergantung *stock*. Model persediaan untuk barang berdeteriorasi dengan permintaan konstan dikembangkan oleh Chung, *et al.* [8]

Rangarajan, *et al.* [2] mengembangkan model persediaan barang berdeteriorasi dengan permintaan tipe *ramp*. Permintaan tipe *ramp* mengasumsikan permintaan merupakan fungsi bergantung waktu yang kemudian pada satu titik waktu tertentu permintaan akan menjadi konstan. Model yang dikembangkan dalam [2] mengasumsikan bahwa permintaan merupakan fungsi linear bergantung waktu yang kemudian akan menjadi konstan. Tujuan model yang dikembangkan dalam [2] adalah memperoleh waktu barang habis yang mengoptimalkan total biaya persediaan. Dalam skripsi ini akan dikembangkan dua model persediaan barang berdeteriorasi dengan permintaan tipe *ramp*. Model pertama akan mengasumsikan bahwa permintaan merupakan fungsi linear bergantung waktu yang kemudian berubah menjadi konstan. Model kedua mengasumsikan permintaan sebagai fungsi kuadrat bergantung waktu yang kemudian berubah menjadi konstan. Model ini juga akan mempertimbangkan faktor *backlogging*, yaitu kebijakan untuk memenuhi permintaan saat kondisi persediaan kosong (terjadinya kekurangan). Tujuan dari model yang akan dikembangkan dalam skripsi ini adalah untuk memperoleh waktu barang habis dan panjang siklus yang mengoptimalkan total biaya persediaan.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah disebutkan, maka masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah:

1. Bagaimana model matematika persediaan barang dengan permintaan bertipe *ramp* untuk barang berdeteriorasi bergantung waktu dan mempertimbangkan faktor *backlogging*?
2. Bagaimana menentukan waktu kapan barang habis dan panjang siklus yang meminimumkan total biaya?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah untuk:

1. Membuat model persediaan barang dengan permintaan bertipe *ramp* untuk barang berdeteriorasi bergantung waktu dan mempertimbangkan faktor *backlogging*.
2. Menentukan waktu barang dalam persediaan habis dan panjang siklus yang mengoptimalkan model.

1.4 Batasan Masalah

Terdapat beberapa batasan masalah pada skripsi ini, yaitu:

1. Barang dalam persediaan hanya terdiri dari satu jenis barang.
2. Tidak ada waktu tunggu antara barang dipesan hingga barang sampai ke persediaan.

1.5 Sistematika Pembahasan

Sistematika pembahasan pada skripsi ini terdiri dari 5 bab, yaitu:

Bab 1: Pendahuluan

Bab 1 dalam skripsi ini dibagi menjadi lima subbab, yaitu latar belakang, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

Bab 2: Landasan Teori

Bab 2 akan membahas mengenai teori-teori seperti bentuk umum model persediaan yang dikenal dengan model *economic order quantity*, model EOQ dengan permintaan bergantung persediaan, persamaan diferensial orde 1, matriks Hessian, dan deret McLaurin. Teori-teori ini nantinya akan digunakan untuk mendukung hasil dan pembahasan pada bab-bab selanjutnya.

Bab 3: Model Persediaan Barang dengan Permintaan Tipe *Ramp* untuk Barang Berdeteriorasi Bergantung Waktu dan Mempertimbangkan Faktor *Backlogging*

Bab 3 akan membahas mengenai model persediaan barang dengan permintaan tipe *ramp* untuk barang berdeteriorasi bergantung waktu dan mempertimbangkan faktor *backlogging* yang meliputi formulasi model dan contoh numerik. Dalam bab ini akan dikembangkan dua model, model pertama mengasumsikan permintaan merupakan fungsi linear bergantung waktu yang kemudian berubah menjadi konstan dan model kedua mengasumsikan permintaan merupakan fungsi kuadratik bergantung waktu yang kemudian berubah menjadi konstan.

Bab 4: Analisis Sensitivitas

Bab 4 akan membahas sensitivitas pengaruh perubahan nilai setiap parameter terhadap solusi optimal. Parameter-parameter yang akan dilihat pengaruh perubahan nilainya adalah parameter biaya pemesanan per sekali pesan, parameter fraksi biaya penyimpanan, parameter faktor peningkatan permintaan, parameter deteriorasi, parameter biaya deteriorasi per unit barang, parameter biaya kekurangan per unit barang, dan parameter biaya *lost sale* per unit barang.

Bab 5: Kesimpulan dan Saran

Bab 5 berisi kesimpulan yang diambil dari pembahasan yang telah dibahas pada bab sebelumnya dan saran untuk pengembangan lebih lanjut.