

**SKRIPSI**

**PEMODELAN SISTEM BONUS MALUS MENGGUNAKAN  
FUNGSI UTILITAS EKSPONENSIAL**



**Triny Lestari**

**NPM: 2016710035**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2021**



**FINAL PROJECT**

**MODELING A BONUS MALUS SYSTEM USING  
EXPONENTIAL UTILITY FUNCTION**



**Triny Lestari**

**NPM: 2016710035**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2021**



# LEMBAR PENGESAHAN

## PEMODELAN SISTEM BONUS MALUS MENGGUNAKAN FUNGSI UTILITAS EKSPONENSIAL

Triny Lestari

NPM: 2016710035

Bandung, 17 Februari 2021

Menyetujui,

Pembimbing

Dr. Ferry Jaya Permana

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Maria Anastasia, M.Si., M.Act.Sc.

Liem Chin, M.Si.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra



## **PERNYATAAN**

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

### **PEMODELAN SISTEM BONUS MALUS MENGGUNAKAN FUNGSI UTILITAS EKSPONENSIAL**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 17 Februari 2021

Triny Lestari  
NPM: 2016710035





## ABSTRAK

Asuransi merupakan wadah untuk menampung risiko kerugian yang mungkin dialami oleh para pemegang polis dengan imbal balik berupa premi. Salah satu jenis asuransi yang dapat dipilih adalah asuransi kendaraan bermotor (mobil). Asuransi mobil diperlukan untuk mengalihkan risiko kerugian yang mungkin dialami para pengendara. Banyak negara maju yang telah menerapkan asuransi kendaraan sebagai kewajiban bagi setiap warga negara yang memiliki kendaraan. Hal ini tidak-serta merta diikuti oleh negara Indonesia. Minat akan asuransi mobil ini belum dimiliki sebagian besar masyarakat Indonesia. Dugaan kuat penyebab masyarakat Indonesia cenderung tidak tertarik memiliki polis asuransi mobil adalah tingginya premi yang harus dibayarkan. Sistem bonus malus merupakan sistem yang umum digunakan untuk menentukan besar premi asuransi kendaraan bermotor yang harus dibayarkan. Singkatnya, sistem ini akan memberikan bonus berupa pemotongan premi apabila pemegang polis tidak mengajukan klaim dan memberikan malus berupa penambahan premi apabila pemegang polis mengajukan klaim. Pada skripsi ini, akan dibahas pemodelan sistem bonus malus menggunakan model Binomial Negatif dan fungsi utilitas eksponensial. Model Binomial Negatif dengan prinsip nilai ekspektasi adalah tahap awal menentukan sistem bonus malus yang optimal. Pada praktiknya, model Binomial Negatif menunjukkan beberapa kekurangan yang akan dijelaskan pada skripsi ini. Namun kekurangan tersebut dapat diminimalisir dengan pendekatan kedua yaitu menggunakan fungsi utilitas eksponensial. Pendekatan menggunakan fungsi utilitas eksponensial yang digunakan adalah penalti pada kelebihan bayar yaitu dengan memberikan bobot berbeda pada kelebihan bayar dan kekurangan bayar di mana pemberian bobot tersebut mengikuti fungsi utilitas.

**Kata-kata kunci:** Sistem Bonus Malus, Model Binomial Negatif, Fungsi Utilitas, Distribusi Eksponensial, Asuransi Kendaraan Bermotor



## ABSTRACT

Insurance is a place to accommodate the risk of loss that will occur to policyholders by paying premium in return. Automobile insurance is one type of insurance that exists and can be selected. Automobile insurance is needed to mitigate costs which is caused by an automobile accident. Many developed countries have made a regulation requiring every citizens who own vehicles to have an automobile insurance. But, this regulation has not been applied Indonesian government. Most of Indonesian society do not have the interest in purchasing this insurance. The high rate of premium that is needed to be paid become a strong suspicion why Indonesian societies are not interested in having an automobile insurance. The bonus malus system is a system which is commonly used to determine the amount of automobile insurance premiums that have to be paid. In short, this system will provide a bonus in a form of premium deduction if the policyholder does not submit a claim and provide malus in form of an additional premium if the policyholder submits a claim. In this thesis, we will discuss the bonus malus system modeling using the Negative Binomial model and exponential utility function. The Negative Binomial model with the expected value principle is the initial step in determining the optimal bonus malus system. In practice, the Negative Binomial model shows several shortcomings which will be explained in this thesis. However, these shortcomings can be minimized with the second approach specifically using the exponential utility function. The approach by using the exponential utility function that will be used is the penalization of overcharges, specifically by giving different weights to overcharges and undercharges where the weighting follows the utility function.

**Keywords:** Bonus Malus System, Negative Binomial Model, Utility Function, Exponential Distribution, Automobile Insurance



*When the time is right, I, the Lord, will make it happen..*



## KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yesus Kristus atas kasih, karunia, hikmat dan semua yang diberikan sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi yang berjudul "**Pemodelan Sistem Bonus Malus Menggunakan Fungsi Utilitas Eksponensial**". Skripsi ini disusun dengan tujuan memenuhi syarat untuk menyelesaikan studi Strata-I Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan, Bandung. Penulis berharap skripsi ini dapat berguna bagi setiap orang yang membacanya.

Selama masa studi dan penyusunan skripsi, penulis telah mendapatkan banyak bantuan, ilmu, dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih sebesar-besarnya kepada:

- Papa, Mama, Yayen, Popoh, Ce Fiska, Ce Hesty, Y Delvy yang selalu memberikan doa dan semangat bagi penulis sehingga bisa menyelesaikan skripsi ini dengan baik. Kepada seluruh keluarga besar yang telah mendukung, mendoakan dan memberikan pengertian bagi penulis dalam setiap kondisi.
- Bapak Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI selaku dosen pembimbing yang telah dengan sabar membantu dan membimbing penulis dalam menyusun skripsi ini sehingga skripsi ini dapat selesai tepat waktu.
- Ibu Maria Anastasia, M.Si, MActSc selaku dosen penguji-1 yang telah memberikan ilmu, kritik dan saran yang membangun sehingga skripsi ini menjadi lebih baik.
- Bapak Liem Chin, M.Si selaku dosen penguji-2 dan koordinator skripsi yang telah memberikan ilmu, kritik, saran dan arahan selama masa perkuliahan sehingga skripsi ini menjadi lebih baik.
- Seluruh dosen, staf tata usaha, dan karyawan FTIS yang telah memberikan ilmu, inspirasi, dukungan dan bantuan selama masa perkuliahan.
- Rudi yang telah setia menemani, menghibur, mendukung, mendoakan, mendengarkan keluh kesah penulis dan masih banyak lainnya.
- Fenny dan Jessica yang telah memberikan kritik, saran dan bantuan selama penulis menyelesaikan skripsi ini.
- Fanny, Fenny, Jessica dan Vivian yang telah menjadi tempat berbagi keluh kesah, penyemangat dan penghibur penulis selama masa perkuliahan. *"Find a group of people who challenge and inspire you; spend a lot of time with them, and it will change your life"*.
- Finna, Melina dan Shania yang selalu memberikan semangat, doa dan dukungan bagi penulis agar tidak menyerah.
- Agnes Dipenta, Celine, Nadya Silviana, Novilia dan Tania yang selalu memberikan tawa dan menyemangati penulis selama masa perkuliahan.
- Agnes, Alvinda, Aretha, Mutiara, Nitya, Nur, Suryani dan Widhiya yang telah menjadi teman berdiskusi penulis selama masa perkuliahan.
- Febrizio, Irsyad dan Salman yang sudah menginspirasi penulis selama masa perkuliahan.
- Teman-teman Matematika angkatan 2016: Nadya, Melia, Leo, Laureen, JC, Ivan, Rudi, Fenny, Davyn, Claresta, Aretha, JT, Gerald, Avel, Isa, Faza, Muti, Vheren, Vivian, Niko, Julius, Chrestella, Yonathan, Alma, Al-vinda, Azka, Aldo, Felix, Salman, Asen, Widhiya, Evelyne, Edsel, Salomo, Nevan, Irsyad, Farand, Lucas, Febri, Deva, Adin, Khema, Bahri, Yohanes, Raisa, Wilbert, Daniel, Fransiskus, Janaka, Agnes, Suryani, Fanny, Nitya, Nur, dan Gresel.

Terima kasih untuk setiap kebersamaan, pengalaman dan dukungan yang sangat berharga.

- Teman-teman dari Divisi Sosial Masyarakat HMPSMa 2018/2019 : Edsel, Fransiskus Chang, Ananda, Jennifer dan Sheryl untuk pengalaman, saran dan kritik yang selalu membangun serta pembelajaran berharga selama 1 tahun menjabat.
- Teman-teman dari Divisi Hubungan Masyarakat HMPSMa 2017/2018 : Ci Mega, Suryani dan Chrestella untuk kenangan dan pembelajaran baru yang penulis dapatkan selama 1 tahun menjabat.
- Teman-teman HMPSMa 2017/2018 dan HMPSMa 2018/2019 yang tidak dapat disebutkan satu persatu. Terimakasih untuk kritik dan saran yang membangun serta pengalaman yang sangat berharga.
- Teman-teman Matematika angkatan 2014, 2015, 2017, dan 2018 yang tidak dapat disebutkan satu persatu.
- Terakhir, kepada semua pihak yang telah berjasa kepada penulis selama masa perkuliahan dan penyusunan skripsi ini.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih memiliki banyak kekurangan dan jauh dari sempurna. Oleh karena itu, penulis dengan sangat terbuka menerima kritik dan saran yang membangun dari para pembaca agar skripsi ini dapat menjadi lebih baik. Akhir kata semoga skripsi ini dapat bermanfaat dan memberikan pengetahuan kepada pembaca serta dapat dikembangkan menjadi karya yang lebih baik.

Bandung, Februari 2021

Penulis



# DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xix</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Tujuan . . . . .	2
1.4 Sistematika Pembahasan . . . . .	2
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	<b>5</b>
2.1 Distribusi . . . . .	5
2.1.1 Distribusi Poisson . . . . .	5
2.1.2 Distribusi Binomial Negatif . . . . .	6
2.1.3 Distribusi Eksponensial . . . . .	8
2.1.4 Distribusi Gamma . . . . .	8
2.2 Metode Momen . . . . .	9
2.3 <i>Chi-Square Goodness-of-Fit Test</i> . . . . .	10
2.4 Metode <i>Lagrange</i> . . . . .	11
2.5 Distribusi <i>Prior</i> dan Posterior dengan Pendekatan Bayesian . . . . .	12
2.6 Fungsi Utilitas . . . . .	12
2.7 Konsep Sistem Bonus Malus . . . . .	13
<b>3 PEMODELAN SISTEM BONUS MALUS</b>	<b>15</b>
3.1 Distribusi Frekuensi Klaim dengan Model Binomial Negatif . . . . .	15
3.2 Sistem Bonus Malus dengan Model Binomial Negatif . . . . .	16
3.3 Sistem Bonus Malus dengan Penalti pada Kelebihan Bayar . . . . .	19
<b>4 SIMULASI</b>	<b>25</b>
4.1 Distribusi Frekuensi Klaim . . . . .	25
4.2 Sistem Bonus Malus dengan Model Binomial Negatif . . . . .	28
4.3 Sistem Bonus Malus dengan Penalti pada Kelebihan Bayar . . . . .	29
4.3.1 Pengaruh Nilai Parameter $c$ . . . . .	32
4.3.2 Pengaruh Jumlah Populasi . . . . .	33
<b>5 KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>37</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	37
5.2 Saran . . . . .	38
<b>DAFTAR REFERENSI</b>	<b>39</b>



## DAFTAR GAMBAR

2.1	Fungsi Utilitas dengan Berbagai Nilai $c$ . . . . .	13
2.2	Garis Waktu Kelas Pemegang Polis Setiap Pembaruan . . . . .	14
3.1	Contoh Grafik Perpotongan pada Distribusi Posterior untuk Frekuensi Klaim Antara Grup Awal ( $k = 0$ ) Saat $t = 3$ dan Grup 2 ( $k = 2$ ) Saat $t = 3$ . . . . .	20
4.1	Grafik Perpotongan pada Distribusi Posterior untuk Frekuensi Klaim antara Grup Awal ( $k = 0$ ) Saat $t = 3$ dan Grup 1 ( $k = 1$ ) Saat $t = 3$ . . . . .	29
4.2	Grafik Perpotongan pada Distribusi Posterior untuk Frekuensi Klaim antara Grup Awal ( $k = 0$ ) Saat $t = 3$ dan Grup 2 ( $k = 2$ ) Saat $t = 3$ . . . . .	30
4.3	Grafik Perpotongan pada Distribusi Posterior untuk Frekuensi Klaim antara Grup Awal ( $k = 0$ ) Saat $t = 3$ dan Grup 3 ( $k = 3$ ) Saat $t = 3$ . . . . .	30



# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Pada dasarnya, manusia hidup dikelilingi oleh berbagai macam risiko. Salah satu risiko yang mungkin dihadapi adalah risiko dari kepemilikan kendaraan bermotor. Risiko tersebut antara lain risiko kerusakan karena kecelakaan ataupun kehilangan kendaraan bermotor karena pencurian. Atas dasar kesadaran akan risiko ini, muncullah asuransi kendaraan bermotor sebagai perlindungan dari risiko tersebut.

Sebagian besar negara maju telah menerapkan kewajiban asuransi kendaraan bermotor bagi pemilik kendaraan bermotor. Hal ini memungkinkan karena tingkat kesejahteraan di negara maju sudah cukup baik. Indonesia belum mewajibkan asuransi kendaraan bermotor bagi masyarakatnya. Meskipun demikian, sudah ada peran proaktif dari pemerintah untuk membangun kesadaran masyarakat terhadap asuransi kendaraan bermotor. Menurut Otoritas Jasa Keuangan (OJK), asuransi kendaraan bermotor adalah asuransi yang memberikan manfaat berupa pemberian ganti rugi atas kerugian dan atau kerusakan pada kendaraan bermotor yang disebabkan oleh tabrakan, terperosok, perbuatan jahat dan kebakaran<sup>1</sup>. Sayangnya, kesadaran dan minat masyarakat Indonesia untuk memiliki polis asuransi kendaraan bermotor masih rendah. Salah satu alasannya adalah premi asuransi yang harus dibayar dipandang terlalu tinggi untuk sebagian besar pemilik kendaraan. Akibatnya, perusahaan asuransi kendaraan bermotor berlomba-lomba menawarkan premi yang rendah guna menarik minat masyarakat untuk memiliki polis asuransi kendaraan bermotor. Hal tersebut menyebabkan persaingan yang tidak sehat antara perusahaan-perusahaan asuransi kendaraan bermotor. Untuk mengatasi hal tersebut, Otoritas Jasa Keuangan (OJK) telah menerbitkan Surat Edaran Nomor SE-06/D.05/2013 untuk membatasi premi agar tetap pada besaran yang wajar<sup>2</sup>. Tarif premi yang ditetapkan oleh OJK hanya membedakan jenis dan tahun kendaraan sehingga akan menyebabkan rasa ketidakadilan bagi sebagian pemegang polis. Salah satu metode perhitungan premi asuransi kendaraan bermotor yang lebih adil adalah sistem bonus malus. Sistem ini akan memasukkan pengalaman mengemudi pemegang polis pada tahun sebelumnya sebagai perhitungan. Pemegang polis akan diberi bonus berupa pemotongan premi (*bonus*) bila tidak mengajukan klaim pada tahun sebelumnya atau mengajukan jumlah klaim yang relatif sedikit pada periode sebelumnya. Sebaliknya, pemegang polis akan diberikan penalti berupa kenaikan premi (*malus*) di tahun berikutnya bila jumlah klaim yang diajukan pada tahun sebelumnya relatif besar.

Pada skripsi ini, akan dibahas perhitungan besar premi sistem bonus malus dengan menggunakan dua pendekatan berbeda. Pendekatan yang dimaksud adalah pendekatan model Binomial Negatif dan penalti pada kelebihan bayar. Sebelum menghitung besar premi sistem bonus malus dengan kedua pendekatan tersebut, terlebih dahulu dimodelkan distribusi frekuensi klaim dengan menggunakan model Binomial Negatif. Dengan menggunakan model Binomial Negatif, diasumsikan bahwa jumlah klaim berdistribusi Poisson dengan parameter  $\lambda$ , di mana  $\lambda$  tidak konstan namun diasumsikan berdistribusi Gamma. Pemodelan distribusi frekuensi klaim ini akan digunakan untuk memodelkan sistem bonus malus dengan kedua pendekatan. Sistem bonus malus dengan pendekatan

---

<sup>1</sup>"Apa itu Asuransi Kendaraan Bermotor?" dalam [ojk.co.id](http://ojk.co.id) (diakses 07/05/2020)

<sup>2</sup>"Surat Edaran Otoritas Jasa Keuangan Nomor SE-06/D.05/2013" dalam [ojk.co.id](http://ojk.co.id) (diakses 07/05/2020)

model Binomial Negatif lebih sederhana. Meskipun demikian, pemodelan sistem bonus malus dengan pendekatan model Binomial Negatif memiliki kekurangan. Kekurangan yang dimaksud adalah adanya ketidakadilan dalam perhitungan premi yang menyebabkan beberapa pemegang polis membayar lebih dari yang seharusnya. Oleh karena itu, digunakan pendekatan penalti pada kelebihan bayar yang diduga lebih adil karena memperhatikan tingkat kepuasan. Secara garis besar, pendekatan penalti pada kelebihan bayar akan memberikan bobot yang berbeda pada kelebihan bayar dan kekurangan bayar di mana pemberian bobot tersebut mengikuti fungsi utilitas. Pendekatan ini juga dipengaruhi oleh besar populasi klaim tiap sub-grup.

Penelitian ini dilakukan dengan studi pustaka untuk memahami konsep dan teori-teori terkait pemodelan sistem bonus malus dengan fungsi utilitas eksponensial. Pemodelan tersebut kemudian akan diterapkan dengan mengambil data dari pustaka karena data historis yang ada di Indonesia sulit diperoleh. Kemudian parameter dari data akan ditaksir dengan menggunakan metode momen dan aplikasi dari model dilakukan dengan simulasi.

## 1.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana menentukan pemodelan distribusi frekuensi klaim dan menentukan besar premi sistem bonus malus menggunakan model Binomial Negatif?
2. Bagaimana menentukan besar premi sistem bonus malus menggunakan fungsi utilitas eksponensial dengan pemberian bobot berbeda pada kelebihan bayar dan kekurangan bayar yang mengikuti fungsi utilitas?
3. Bagaimana membandingkan perbedaan perhitungan sistem bonus malus dengan model Binomial Negatif dan fungsi utilitas eksponensial, kemudian menentukan kelebihan dan kekurangan masing-masing pendekatan?

## 1.3 Tujuan

1. Mampu menentukan pemodelan distribusi frekuensi klaim dan menentukan besar premi sistem bonus malus menggunakan model Binomial Negatif.
2. Mampu menentukan besar premi sistem bonus malus menggunakan fungsi utilitas eksponensial dengan pemberian bobot berbeda pada kelebihan bayar dan kekurangan bayar yang mengikuti fungsi utilitas.
3. Membandingkan perbedaan perhitungan sistem bonus malus dengan model Binomial Negatif dan fungsi utilitas eksponensial, kemudian menentukan kelebihan dan kekurangan masing-masing pendekatan.

## 1.4 Sistematika Pembahasan

Sistematika pembahasan pada skripsi ini terdiri dari lima bab, yaitu:

### **BAB 1: PENDAHULUAN**

Bab ini berisi tentang latar belakang permasalahan, rumusan masalah dengan beberapa kondisi tertentu, tujuan yang diharapkan dari pengerjaan skripsi ini, dan sistematika penulisan skripsi.

### **BAB 2: LANDASAN TEORI**

Bab ini membahas tentang teori-teori yang mendukung pemodelan distribusi frekuensi klaim, pemodelan sistem bonus malus dengan menggunakan model Binomial Negatif dan pemodelan sistem bonus malus dengan fungsi utilitas eksponensial yang selanjutnya disebut penalti pada kelebihan bayar.

**BAB 3: MODEL**

Bab ini berisi langkah-langkah pemodelan hingga didapatkan model distribusi klaim yang akan digunakan untuk menyelesaikan sistem bonus malus dengan menggunakan model Binomial Negatif dan penalti pada kelebihan bayar.

**BAB 4: SIMULASI**

Bab ini berisi simulasi untuk mengaplikasikan model distribusi frekuensi klaim dan kemudian diaplikasikan untuk simulasi dari pemodelan sistem bonus malus dengan pendekatan model Binomial Negatif dan penalti pada kelebihan bayar.

**BAB 5: KESIMPULAN DAN SARAN**

Bab ini berisi kesimpulan dari pemodelan sistem bonus malus menggunakan model Binomial Negatif dan penalti pada kelebihan bayar serta saran untuk mengembangkan penelitian ini.