

SKRIPSI

**ESTIMASI RATAAN DAN KOVARIANSI DENGAN METODE
BAYESIAN UNTUK MENGOPTIMALKAN PORTOFOLIO**



Salman Rifky Al Faritzy

NPM: 2016710029

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2021**

FINAL PROJECT

**MEAN AND COVARIANCE ESTIMATION USING BAYESIAN
METHOD TO OPTIMIZE PORTFOLIO**



Salman Rifky Al Faritzy

NPM: 2016710029

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2021**

LEMBAR PENGESAHAN

ESTIMASI RATAAN DAN KOVARIANSI DENGAN METODE BAYESIAN UNTUK MENGOPTIMALKAN PORTOFOLIO

Salman Rifky Al Faritzy

NPM: 2016710029

Bandung, 16 Februari 2021

Menyetujui,

Pembimbing 1

Pembimbing 2

Liem Chin, M.Si.

Farah Kristiani, Ph.D.

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Agus Sukmana, M.Sc.

Maria Anestasia, M.Si., M.Act.Sc.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

ESTIMASI RATAAN DAN KOVARIANSI DENGAN METODE BAYESIAN UNTUK MENGOPTIMALKAN PORTOFOLIO

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 16 Februari 2021

Salman Rifky Al Faritzy
NPM: 2016710029

ABSTRAK

Kesadaran akan pentingnya investasi yang semakin tumbuh tetapi tidak disertai dengan kemampuan menganalisis aset yang dimiliki akan membuat investor mengalami kesulitan dalam menentukan proporsi portofolionya. Investor perlu untuk mengoptimalkan proporsi portofolionya agar mendapat tingkat pengembalian yang positif. Harry Markowitz menggagas ide mengoptimalkan portofolio dengan memanfaatkan tingkat pengembalian dan variansi saham. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menaksir hal tersebut adalah metode Bayesian. Metode tersebut mempertimbangkan hubungan tingkat pengembalian saham periode sebelumnya dengan matriks kovariansinya untuk mendapatkan ekspektasi tingkat pengembalian saham dan matriks kovariansi untuk periode selanjutnya. Pada skripsi ini, metode tersebut akan digunakan untuk selanjutnya dapat membentuk portofolio yang optimal yang didefinisikan sebagai portofolio yang meminimumkan risiko. Pembentukan portofolio yang optimal dibagi menjadi dua kasus, yaitu kasus apabila investor diperbolehkan melakukan *short selling* diselesaikan menggunakan metode pengali Lagrange dan kasus apabila tidak diperbolehkan *short selling* diselesaikan menggunakan pemrograman non-linear. Portofolio yang dibentuk mempunyai variansi yang relatif rendah untuk kedua kasus. Hal ini disebabkan oleh proporsi dana portofolio memberikan bobot yang banyak kepada saham-saham yang mempunyai variansi rendah.

Kata-kata kunci: Optimasi Portofolio, Metode Bayesian, Metode Pengali Lagrange, Pemrograman Non-Linear

ABSTRACT

The growing awareness of investing but not helped by the ability to analyze the owned assets can lead investors to some difficulties while determining the fund proportion of their portfolio. Whereas investors need to optimize the fund proportion of their portfolios to get a positive rate of return. Harry Markowitz gives an idea of how to optimize a portfolio by considering return and variance of the stocks. One of the method to estimate stocks rate of return and its variance is the Bayesian method. This method considers the relationship between the previous stock returns and its covariance matrix to get the expected stock returns and its covariance matrix for the next period. In this final project, the Bayesian method is used to form an optimal portfolio which defined as a portfolio that minimizes risk. The optimal portfolio formation is divided into two cases, one is if investors are allowed to do short selling using the Lagrange multiplier method and the other is if investors are not allowed to do short selling using non-linear programming. The generated portfolio gives a relatively low variance for each cases, because the fund of the portfolio has weighted to stocks that has a low risk.

Keywords: Portfolio Optimization, Bayesian Method, Lagrange Multiplier Method, Non-Linear Programming

Dari investor, oleh investor, untuk investor.

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas berkat dan rahmat-Nya, penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "Estimasi Rataan dan Kovariansi Dengan Metode Bayesian untuk Mengoptimalkan Portofolio" sebagai syarat untuk menyelesaikan studi Strata-1 Jurusan Matematika di Universitas Katolik Parahyangan. Penulis berharap skripsi ini berguna untuk para pembaca, khususnya bagi yang ingin memulai untuk berinvestasi demi masa depan. Penulis sangat mengerti tentang kurangnya pustaka tentang menganalisis aset-aset investasi sehingga ingin membantu investor-investor untuk bisa mengembangkan portofolionya melalui skripsi ini. Selain itu, penulis ingin berterima kasih kepada pihak-pihak yang membantu dalam proses perkuliahan hingga pembentukan skripsi, antara lain

- Keluarga penulis terutama Ayah yang telah banyak membantu dalam mencari pustaka-pustaka yang terkait dengan penulisan skripsi.
- Bapak Liem Chin, M.Si. dan Ibu Farah Kristiani, Ph.D. selaku dosen pembimbing sekaligus teman dalam berinvestasi yang telah meluangkan waktu untuk mengarahkan penulis dalam pembuatan skripsi ini.
- Bapak Agus Sukmana, M.Sc. dan Ibu Maria Anestasia, M.Si., M.Act.Sc. selaku dosen penguji yang memberi saran dan masukan demi membuat skripsi ini menjadi lebih baik.
- Seluruh jajaran dosen Jurusan Matematika Universitas Katolik Parahyangan, tata usaha, dan pekarya FTIS yang membantu penulis berkembang hingga seperti ini.
- Khema, Claresta dan Lisa yang banyak menemani penulis selama masa perkuliahan.
- Irsyad dan Niko yang telah menjadi teman salat Jum'at bersama di Bukit Jarian selama masa-masa kuliah di kampus.
- Febri, Farand, dan NT yang menjadi teman bermain Minecraft di server Aternos.
- Teman-teman angkatan 2015 khususnya Thomas, Aryo dan Raka yang menjadi panutan penulis dalam berorganisasi dan berperilaku.
- Teman-teman angkatan 2016 yang telah bersama menjalani perkuliahan.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih dapat dikembangkan. Oleh karena itu, penulis akan secara terbuka menerima saran dan komentar yang membangun demi menjadikan skripsi ini semakin baik lagi. Akhir kata, selamat membaca dan *happy cuan!*

Bandung, Februari 2021

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	3
1.5 Sistematika Pembahasan	3
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Teori Portofolio	5
2.1.1 Tingkat Pengembalian Saham	5
2.1.2 Proporsi Dana pada Portofolio	6
2.1.3 Tingkat Pengembalian Portofolio	6
2.1.4 Risiko Portofolio	7
2.1.5 Portofolio yang Optimal	8
2.2 Metode Bayesian	9
2.2.1 Aturan Bayes	9
2.2.2 Metode Bayesian	11
2.3 Jenis-Jenis Distribusi Peluang Multivariat	11
2.3.1 Distribusi Multivariat Normal	12
2.3.2 Distribusi Wishart	13
2.3.3 Distribusi <i>Inverted</i> Wishart	13
2.4 Metode Pengali Lagrange	14
2.5 Pemrograman Non-Linear	14
2.6 Uji Jarque-Bera	14
3 MODEL OPTIMASI PORTOFOLIO DAN METODOLOGI PENELITIAN	17
3.1 Estimasi Ekspektasi Tingkat Pengembalian dan Matriks Kovariansi Saham Menggunakan Metode Bayesian	17
3.2 Pembentukan Proporsi Dana yang Optimal	18
3.3 Metodologi Penelitian	20
3.3.1 Pemilihan Saham	20
3.3.2 Alur Simulasi	21
4 HASIL DAN PEMBAHASAN	25
4.1 Pembentukan Portofolio yang Optimal Apabila <i>Short Selling</i> Diperbolehkan	25

4.2 Pembentukan Portofolio yang Optimal Apabila <i>Short Selling</i> Tidak Diperbolehkan	27
5 KESIMPULAN DAN SARAN	29
5.1 Kesimpulan	29
5.2 Saran	29
DAFTAR REFERENSI	31
A TABEL HARGA SAHAM	33

DAFTAR GAMBAR

3.1 Perbandingan Tingkat Pengembalian Mingguan IHSG	21
---	----

DAFTAR TABEL

2.1	Tabel Kendala Kasus <i>Short Selling</i> Diperbolehkan dan Tidak Diperbolehkan	9
4.1	Tabel Estimasi Ekspektasi Tingkat Pengembalian dan Variansi Saham Mingguan .	25
4.2	Tabel Proporsi Dana Setiap Saham Apabila <i>Short Selling</i> Diperbolehkan	26
4.3	Tabel Ekspektasi Tingkat Pengembalian Portofolio dan Risikonya Apabila <i>Short Selling</i> Diperbolehkan	27
4.4	Tabel Proporsi Dana Setiap Saham Apabila <i>Short Selling</i> Tidak Diperbolehkan . .	27
4.5	Tabel Ekspektasi Tingkat Pengembalian Portofolio dan Risikonya Apabila <i>Short Selling</i> Tidak Diperbolehkan	28
A.1	Tabel Harga Saat Penutupan Pada Saham Pilihan dari Tanggal 1 Januari 2016 Hingga 31 Desember 2018	33

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Kesadaran akan pentingnya investasi semakin meningkat. Saat ini, investasi tidak hanya dilakukan oleh orang dewasa. Faktanya, generasi milenial yang belum termasuk ke dalam angkatan kerja pun dapat berinvestasi. Bahkan, fakta menunjukkan bahwa sekitar 59% dari total investor pasar modal didominasi oleh generasi milenial¹. Investasi di pasar modal, khususnya di instrumen saham, telah memberikan manfaat yang dirasakan para investor karena akan mendapatkan tingkat pengembalian yang positif apabila memilih perusahaan yang tepat. Tidak hanya untuk investor, perusahaan yang tercatat di bursa juga mendapat modal untuk perkembangan perusahaannya. Namun, pertumbuhan investor ini menjadi sebuah bencana apabila tidak diiringi dengan tumbuhnya kemampuan dalam menganalisis risiko investasi yang akan dimiliki. Penting bagi para investor untuk menganalisis aset yang dimiliki dari setiap instrumen investasi yang ada agar mendapatkan hasil yang optimal.

Seringkali investor kesulitan dalam menentukan portofolio, yaitu sekumpulan aset yang dimiliki oleh seorang investor. Portofolio dapat berupa obligasi, saham, atau uang tunai dan dapat dikelola tidak hanya oleh satu orang saja, tetapi dapat berupa bank, asuransi, atau profesional. Kesuksesan dalam berinvestasi dapat ditentukan melalui naik atau turunnya aset pada portofolio seorang investor. Semakin tinggi nilai aset yang investor miliki, artinya semakin tinggi keuntungan yang didapat oleh investor tersebut. Oleh karena itu, investor perlu memahami cara yang tepat untuk mengelola portofolionya sebaik mungkin.

Model optimasi portofolio merupakan salah satu cara untuk memilih portofolio yang terbaik. Cara pemilihan portofolio tersebut bergantung kepada fungsi objektif yang diinginkan investor, seperti memaksimalkan keuntungan, atau meminimumkan risiko. Pada umumnya, cara ini dapat diselesaikan dengan diversifikasi, yaitu membagikan modal investasi ke dalam berbagai instrumen yang berbeda. Contohnya adalah saham, reksa dana, atau obligasi. Diversifikasi menjadi penting karena portofolio dengan banyak sektor investasi seringkali menghasilkan tingkat pengembalian yang konsisten dan stabil dibandingkan dengan hanya satu jenis investasi[1]. Selain itu, diversifikasi dapat meminimalkan kerugian yang dialami investor apabila satu sektor perusahaan nilai sahamnya sedang turun, karena perusahaan dari sektor lain dapat menutup kerugian dari keuntungannya.

Diversifikasi kemudian dikembangkan lebih lanjut oleh Harry Markowitz. Harry Markowitz berhasil membuat penjelasan secara formal tentang diversifikasi, yaitu dengan mempertimbangkan ekspektasi tingkat pengembalian dan risiko suatu aset. Saat ini, diversifikasi tersebut lebih terkenal dengan nama teori portofolio modern (*modern portfolio theory*). Pada teori ini, investor dapat mempertimbangkan keuntungan dari diversifikasi tanpa harus mengetahui tipe risiko dari investor[1]. Teori portofolio modern dipercaya oleh investor sebagai teori yang dapat memperkecil risiko tidak sistematis, yaitu risiko yang terikat kepada suatu perusahaan dan tidak bisa dihindari. Misalkan, kesalahan dalam strategi bisnis, atau salah pengelolaan perusahaan.

Salah satu bentuk analisis dari teori portofolio modern adalah analisis rata-rata dan kovariansi portofolio Markowitz atau *mean-variance portfolio analysis*. Analisis ini bertujuan untuk mencari komposisi portofolio dengan tingkat pengembalian tertinggi, atau risiko terendah dengan memper-

¹Sintong Arfiyansyah, diakses dari <https://ekonomi.bisnis.com>, pada 16 Maret 2020.

timbangkan diversifikasi, ekspektasi tingkat pengembalian, dan kovariansi dari sebuah portofolio. Dalam teori ini, diasumsikan investor mengetahui ekspektasi tingkat pengembalian dan risiko portofolionya, tetapi dalam kenyataannya, investor tidak bisa secara tepat memprediksi tingkat pengembalian saham di masa depan karena situasi yang tidak menentu. Selain itu, investor pun tidak bisa memprediksi risiko yang akan ia hadapi, sehingga hal-hal tersebut harus ditaksir.

Metode-metode yang dapat digunakan untuk mencari komposisi portofolio diantaranya adalah metode *bootstrap*, metode *multi-factor pricing model* dan Bayesian. Metode *bootstrap* memanfaatkan pengulangan perhitungan dengan sampel data yang berbeda-beda untuk mendapat kesimpulan. Sedangkan metode *multi-factor pricing model* menghasilkan ekspektasi tingkat pengembalian dengan memanfaatkan pemodelan menggunakan regresi linear dengan mempertimbangkan beberapa faktor seperti harga, bunga, dan faktor-faktor lainnya. Hasil taksiran metode *bootstrap* menghasilkan portofolio yang mempunyai tingkat pengembalian tinggi dan mempunyai risiko tinggi, sedangkan metode *multi-factor pricing model* menghasilkan portofolio yang mempunyai tingkat pengembalian rendah dan mempunyai risiko rendah[2].

Pada skripsi ini, pemodelan menggunakan metode Bayesian akan digunakan untuk menaksir ekspektasi tingkat pengembalian dan risiko saham. Artinya, metode ini menaksir dua hal fundamental yang akan digunakan untuk mencari portofolio yang optimal berdasarkan teori portofolio modern. Berbeda dengan metode-metode lain seperti *multi-factor pricing model* yang hanya dapat menghasilkan estimasi tingkat pengembalian dan metode *bootstrap* yang langsung menghasilkan portofolio. Bahkan, portofolio yang dihasilkan oleh metode *bootstrap* dinilai dapat memberikan kinerja yang lebih buruk dari portofolio yang modal investasinya dibagi secara rata[3]. Meskipun demikian, metode Bayesian pada skripsi ini memerlukan asumsi bahwa ekspektasi tingkat pengembalian saham terdistribusi normal. Hal tersebut dapat mengakibatkan saham-saham yang tingkat pengembaliannya tidak sesuai asumsi mungkin tidak dapat diestimasi secara baik.

Dalam bertransaksi saham, investor dapat melakukan *short selling*. *Short selling* adalah kegiatan investor untuk meminjam sejumlah saham yang tidak dimiliki untuk kemudian dijual kepada pembeli[3]. Dalam suatu periode tertentu, investor yang melakukan kegiatan tersebut harus membeli kembali saham yang telah ia jual dengan harga saat periode tersebut dan dengan jumlah saham yang sama dengan yang dipinjam sebelumnya. Oleh karena itu, investor harus memilih saham mana yang saat periode lampau harganya sedang tinggi untuk kemudian menjual secara *short sell* dan membeli dengan harga yang lebih murah untuk mendapatkan tingkat pengembalian yang positif.

Short selling mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap penentuan proporsi dana yang optimal bagi investor. Oleh karena itu, proporsi dana portofolio akan dihitung berdasarkan kasus diperbolehkan dan tidak diperbolehkan melakukan *short selling*. Setiap kasus akan diperiksa apakah portofolio yang dibentuk dapat mencapai tingkat pengembalian yang diharapkan atau tidak.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah:

1. Bagaimana cara mengestimasi ekspektasi tingkat pengembalian dan variansi saham dengan menggunakan metode Bayesian?
2. Bagaimana pembentukan proporsi dana yang optimal dari saham-saham yang telah dipilih?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Mengestimasi ekspektasi tingkat pengembalian dan variansi saham dengan menggunakan metode Bayesian.
2. Mencari dan menganalisis proporsi dana yang optimal dengan saham-saham yang telah dipilih.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah dalam skripsi ini adalah aset yang diinvestasikan investor hanya berupa saham.

1.5 Sistematika Pembahasan

Skripsi ini terdiri dari 5 bab, yaitu

Bab 1: Pendahuluan

Bab ini membahas tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan.

Bab 2: Landasan Teori

Bab ini membahas tentang teori-teori yang akan digunakan dalam menyelesaikan masalah seperti teori portofolio, metode Bayesian, pengali Lagrange, dan pemrograman non-linear.

Bab 3: Model Optimasi Portofolio dan Metodologi Penelitian

Bab ini membahas tentang penggunaan landasan teori sebagai metode untuk menyelesaikan kasus-kasus optimasi portofolio yaitu metode untuk mengestimasi rata-rata dan matriks kovariansi dan penentuan proporsi dana yang optimal. Bab ini juga akan membahas tentang metodologi penelitian berupa pemilihan saham dan alur simulasi.

Bab 4: Hasil dan Pembahasan

Bab ini membahas tentang penentuan proporsi dana untuk kasus *short selling* diperbolehkan dan kasus *short selling* tidak diperbolehkan beserta analisis perbandingannya.

Bab 5: Kesimpulan dan Saran

Bab ini membahas tentang kesimpulan yang didapat beserta saran untuk penelitian selanjutnya.

