

SKRIPSI

**ANALISIS SENSITIVITAS MODEL PENYEBARAN
PENYAKIT TUBERKULOSIS DENGAN STRATEGI DOTS**



Alma Geraldnye Simanjuntak

NPM: 2016710024

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2021**

FINAL PROJECT

**SENSITIVITY ANALYSIS OF TUBERCULOSIS' SPREAD
MODEL WITH DOTS STRATEGY**



Alma Geraldine Simanjuntak

NPM: 2016710024

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2021**

LEMBAR PENGESAHAN

**ANALISIS SENSITIVITAS MODEL PENYEBARAN PENYAKIT
TUBERKULOSIS DENGAN STRATEGI DOTS**

Alma Geraldynes Simanjuntak

NPM: 2016710024

Bandung, 11 Februari 2021

Menyetujui,

Pembimbing

Iwan Sugiarto, M.Si.

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Benny Yong, Ph.D.

Dr. Daniel Salim

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

ANALISIS SENSITIVITAS MODEL PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS DENGAN STRATEGI DOTS

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 11 Februari 2021

Alma Geraldine Simanjuntak
NPM: 2016710024

ABSTRAK

Tuberkulosis (TB) adalah suatu penyakit menular oleh bakteri yang menyerang organ tubuh, seperti paru-paru, usus, tulang belakang, kelenjar getah bening, dan lain sebagainya. Seseorang yang terkena penyakit TB harus diobati, namun orang yang tidak tuntas pengobatannya dapat menghasilkan orang yang kebal terhadap obat TB dan lebih berbahaya. Salah satu strategi pengobatan yang direkomendasikan oleh WHO untuk penyakit TB adalah strategi DOTS yang terbukti menurunkan angka pasien terinfeksi TB. Model matematika penyebaran penyakit TB dengan strategi DOTS dalam skripsi ini melibatkan orang yang rentan, orang yang terinfeksi TB secara laten, orang yang terinfeksi TB secara aktif, orang yang menjalani pengobatan DOTS, dan orang yang sembuh/pulih. Dalam pembahasan skripsi ini, diperoleh dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Analisis kestabilan untuk titik kesetimbangan penyakit menunjukkan bahwa titik kesetimbangan bersifat stabil asimtotik. Dilakukan perhitungan bilangan reproduksi dasar, kemudian analisis sensitivitas untuk setiap parameter dalam model. Analisis sensitivitas menghasilkan bahwa peluang orang rentan yang terinfeksi TB dan tingkat orang TB laten yang menjalani pengobatan DOTS sebagai parameter paling berpengaruh pada penyebaran penyakit TB dengan strategi DOTS.

Kata-kata kunci: Tuberkulosis, strategi DOTS, titik kesetimbangan, analisis kestabilan, bilangan reproduksi dasar, analisis sensitivitas

ABSTRACT

Tuberculosis (TB) is an infectious disease transmitted by bacteria that attacks organs such as lung, intestine, spine, lymph gland, and others. A person affected by TB disease must be treated, but incomplete treatment on individuals will produce individuals who are resistant to TB drugs that even more dangerous. One of the treatment strategies recommended by WHO for TB disease is the DOTS strategy which has been proven to reduce the number of TB patients. Mathematical model of the spread of TB disease with the DOTS strategy in this final project involves susceptible individuals, latently infected TB individuals, actively infected TB individuals, individuals undergoing DOTS treatment, and recovering individuals. In this final project's study, two equilibrium points are obtained, namely the disease-free equilibrium point and the endemic equilibrium point. The stability analysis for the disease equilibrium point shows that the equilibrium points is asymptotically stable. The basic reproduction number was calculated, then a sensitivity analysis was applied for each parameter in the model. The sensitivity analysis shows that the probability of susceptible individual being infected with TB and the rate of latent TB individuals undergoing DOTS treatment as the most influential parameter in the spread of TB disease with the DOTS strategy.

Keywords: Tuberculosis, DOTS strategy, equilibrium points, stability analysis, basic reproduction numbers, sensitivity analysis

*To the One who fights for me every single second:
One that allows me to carry His victory, Jesus Christ.*

KATA PENGANTAR

Segala pujian dan syukur kepada Tuhan Yesus atas kasih sayang, hikmat, dan penyediaanNya penulis dapat menyelesaikan penyusunan skripsi dengan judul “Analisis Sensitivitas Model Penyebaran Penyakit Tuberkulosis dengan Strategi DOTS” sebagai salah satu syarat menyelesaikan studi dalam Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan Bandung. Penulis berharap skripsi ini dapat menjadi bahan pembelajaran yang baik bagi setiap pembaca.

Dalam melalui perkuliahan dan penyusunan skripsi, penulis banyak mendapatkan ilmu, perhatian, dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

- Papa, Mama, Aldre, dan Alvin yang menjadi motivasi utama penulis menyelesaikan perkuliahan maupun skripsi ini. Terima kasih karena selalu mendoakan, menyayangi, dan mendukung penulis.
- Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. selaku Dosen Pembimbing yang selalu memberikan semangat, sabar dan pengertian dalam membimbing penulis, serta setia memberikan waktu dan arahan yang sangat bermanfaat bagi penulisan skripsi ini.
- Bapak Benny Yong, Ph.D. dan Bapak Dr. Daniel Salim selaku Dosen Penguji. Terima kasih untuk saran dan bimbingan yang diberikan untuk menyempurnakan dan mengembangkan skripsi ini.
- Bapak Taufik Limansyah, M.T. selaku Dosen Wali yang telah membimbing dan memberikan banyak informasi bermanfaat untuk penulis sejak awal perkuliahan hingga penulis menyelesaikan kuliah.
- Semua Dosen FTIS, terutama para Dosen Program Studi Matematika yang telah memberikan ilmu, pengalaman, dan pelajaran berharga kepada penulis selama perkuliahan.
- Semua Staf Tata Usaha FTIS yang telah membantu mempermudah penulis mengurus berbagai berkas untuk berbagai kebutuhan lainnya.
- Semua Pekarya FTIS, penulis berterima kasih atas bantuan teknis dalam kuliah, serta telah menciptakan suasana kuliah yang nyaman dan rapi.
- Laureen Pamela, Jessica Christina, dan Vheren Xhalliwang yang membuat penulis menikmati masa perkuliahan. Terima kasih sudah menjadi teman baik penulis, membawa pengaruh yang baik, dan setia mendengarkan keluh kesah penulis.
- Nevan dan Muti sebagai teman satu bimbingan penulis. Terima kasih sudah selalu membantu dan membuat penulis tertawa sehingga proses penyelesaian skripsi ini terasa lebih ringan!
- Ci Yovita, Ko Bambang, Ci Sharon, Ko Adit, dan Ko Dhanny yang selalu memperhatikan, menginspirasi, bahkan membagi hidupnya untuk penulis. Terima kasih sudah menjadi berkat dalam hidup penulis!
- Seluruh keluarga Mission 21, Gereja ECC, Ps. Rico Febrian, Laura, Ko Yosua, David, Malvin yang selalu menghibur, mendoakan, dan menyayangi penulis. Terima kasih telah membantu penulis bertumbuh jadi pribadi yang dewasa dan percaya diri.
- Valencia Junius dan Intan Pratama yang setia memperhatikan, mendengarkan, dan mendukung penulis. Terima kasih sudah membawa kebahagiaan dan ketenangan dalam hidup penulis.
- Kak Hizki, Melisa, Fabi, Fanny, Ute, Cece, Kania, Ellen, Cindy, dan Aldey para wanita kuat yang baik! Terima kasih sudah mendukung dengan sepenuh hati!
- Jackson Wang yang sangat menginspirasi hidup penulis untuk melakukan yang terbaik dalam

segala hal walaupun sulit. Terima kasih sudah hidup dengan berani!

- Teman-teman Matematika Unpar 2016 yang telah menerima penulis menjadi bagian dari keluarga yang selalu mendukung satu sama lain, serta memberi pengalaman hidup yang indah selama masa perkuliahan.

Bandung, Februari 2021

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Penyakit Tuberkulosis	5
2.2 Strategi Pengobatan DOTS	5
2.3 Model Epidemik SIR	6
2.4 Bilangan Reproduksi Dasar	7
2.5 Determinan Matriks	7
2.6 Nilai Eigen Matriks	8
2.7 Persamaan Diferensial Tak Linear Orde Satu	8
2.8 Sistem Persamaan Diferensial Tak Linear Orde Satu	9
2.9 Jenis Kestabilan Titik Kesetimbangan	10
2.10 Kriteria Kestabilan <i>Routh-Hurwitz</i>	10
2.11 Analisis Sensitivitas Parameter	11
3 MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT TUBERKULOSIS DENGAN STRATEGI DOTS	13
3.1 Kompartemen Model	13
3.2 Pembentukan Model SEITR	14
3.3 Titik Kesetimbangan Model SEITR	16
3.4 Bilangan Reproduksi Dasar	18
3.5 Analisis Kestabilan	19
4 HASIL SIMULASI NUMERIK DAN ANALISIS SENSITIVITAS	23
4.1 Simulasi Numerik untuk Kestabilan Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit	23
4.2 Simulasi Numerik untuk Kestabilan Titik Kesetimbangan Endemik	25
4.3 Pengaruh Parameter Tingkat Orang TB Aktif yang Menjalani Pengobatan DOTS	27
4.4 Pengaruh Parameter Peluang Orang Rentan yang Terkena Infeksi TB	29
4.5 Analisis Sensitivitas Pada Bilangan Reproduksi Dasar	31
5 KESIMPULAN DAN SARAN	33

5.1 Kesimpulan	33
5.2 Saran	33
DAFTAR REFERENSI	35

DAFTAR GAMBAR

2.1	Diagram Kompartemen Model SIR	6
3.1	Diagram Kompartemen Model Penyebaran Penyakit TB dengan Strategi DOTS . .	13
4.1	Dinamika Populasi Penyakit Tuberkulosis pada Keadaan Awal dengan $R_0 < 1$. . .	24
4.2	Dinamika Populasi Penyakit Tuberkulosis pada Keadaan Awal dengan $R_0 \geq 1$. . .	26
4.3	Dinamika Populasi $S(t), E(t), I(t), T(t), R(t)$ Penyakit Tuberkulosis terhadap waktu t dengan $\omega = 0, 1; 0, 2; 0, 35; 0, 5$ dan $\beta = 0, 35$	28
4.4	Dinamika Populasi $S(t), E(t), I(t), T(t), R(t)$ Penyakit Tuberkulosis terhadap waktu t dengan $\beta = 0, 3; 0, 5; 0, 7; 0, 9$ dan $\omega = 0, 55$	30

DAFTAR TABEL

4.1	Nilai Awal Parameter Bebas Penyakit [12]	23
4.2	Nilai Awal Parameter Endemik [12]	25
4.3	Variasi Nilai ω dan Hasil R_0 dengan $\beta = 0,35$	27
4.4	Variasi Nilai β dan Hasil R_0 dengan $\omega = 0,55$	29
4.5	Nilai Indeks Sensitivitas terhadap Parameter saat $R_0 > 1$	32

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam kehidupan sehari-hari, tanpa bisa dihindari, manusia hidup bersama dengan organisme lainnya, termasuk mikroorganisme seperti bakteri dan virus, yang dapat masuk ke tubuh dan mungkin menimbulkan penyakit. Mikroorganisme tersebut dapat mengganggu fungsi organ dalam tubuh sehingga tubuh berada pada keadaan tidak normal atau sakit. Ada penyakit yang ditimbulkan oleh organisme seperti bakteri dan virus, dan ada juga penyakit yang tidak ditimbulkan oleh organisme lain.

Penyakit menular dapat diartikan sebagai penyakit yang bisa berpindah dari satu orang ke orang lainnya, biasanya disebabkan oleh mikroorganisme yang masuk ke dalam tubuh, berkembang biak, dan menyebabkan infeksi.

Tuberkulosis merupakan salah satu penyakit menular yang disebabkan oleh bakteri *Mycobacterium tuberculosis* yang mengganggu fungsi dari organ tubuh manusia. Menurut perjalanannya, penyakit ini ditularkan melalui percikan dahak (*droplet nuclei*) yang masuk ke saluran pernapasan. Berdasarkan survei WHO, dikatakan bahwa sepertiga penduduk dunia telah terpapar bakteri TB meskipun hanya 10% yang menjadi sakit (TB aktif) namun 90% yang terpapar dan belum sakit (laten TB) tetap berisiko. [1]

Menurut data dan informasi Kementerian Kesehatan RI pada tahun 2016, ada 10,4 juta kasus TB di seluruh dunia atau sekitar 140 kasus per 100 ribu orang. Di tahun itu, 45% kasus terjadi di kawasan Asia Tenggara, dan Indonesia adalah salah satu dari lima negara yang memiliki kasus TB tertinggi. Kemudian, pada tahun 2017, diketahui terdapat 420.994 kasus baru TB di Indonesia, sehingga dapat disimpulkan bahwa penyakit ini merupakan salah satu permasalahan besar di Indonesia. [2]

Pengobatan untuk individu yang terinfeksi TB dapat menghasilkan individu yang berhasil sembuh maupun individu yang tidak berhasil sembuh. Seorang individu dinyatakan berhasil sembuh apabila terbebas dari bakteri TB secara total, dan dinyatakan gagal sembuh apabila masih belum bebas dari bakteri TB secara total. Jika bakteri TB belum mati total dalam tubuh, maka seseorang berpotensi menjadi individu MDR TB (*Multi Drug Resistance Tuberculosis*) yang berarti kebal oleh pengobatan Tuberkulosis. Individu MDR-TB lebih berbahaya daripada individu terinfeksi biasa, terjadi karena seseorang putus obat dan tidak sembuh total. Sebuah strategi pengobatan Tuberkulosis yang disebut strategi DOTS (*Directly Observed Treatment, Short-course*) atau pengawasan langsung menelan obat jangka pendek direkomendasikan oleh WHO dan telah terbukti mengurangi individu terinfeksi TB maupun individu MDR TB. Strategi DOTS telah diterapkan di Indonesia sejak tahun 2000 untuk menurunkan angka pasien TB. [6]

Untuk menyelesaikan masalah ini, dilakukan pemodelan matematika. Melalui pemodelan matematika, kita dapat merepresentasikan dan menjelaskan masalah sehari-hari dalam pernyataan matematik, sehingga diperoleh pemahaman yang lebih jelas dari permasalahan tersebut. [4] Pada skripsi ini, akan digunakan pemodelan matematika untuk penyebaran penyakit Tuberkulosis dengan strategi DOTS. Model matematika yang digunakan adalah model SEITR yang akan menjadi representasi perjalanan penyakit dan membantu menjelaskan titik kesetimbangan, bilangan

reproduksi dasar, dan analisis kestabilan. Kemudian, akan dibuat simulasi numerik kestabilan titik kesetimbangan bebas penyakit dan endemik, serta akan dilakukan analisis sensitivitas untuk menentukan parameter yang paling berpengaruh dalam model.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan, rumusan masalah yang akan dibahas dalam skripsi ini adalah:

1. Bagaimana perumusan model SEITR untuk penyebaran penyakit Tuberkulosis dengan strategi DOTS?
2. Bagaimana menentukan titik kesetimbangan sistem?
3. Bagaimana menentukan bilangan reproduksi dasar sistem?
4. Bagaimana analisis kestabilan dari titik kesetimbangan sistem?
5. Bagaimana simulasi numerik untuk beberapa perubahan parameter?
6. Apa parameter yang paling berpengaruh dalam penyebaran penyakit Tuberkulosis?

1.3 Tujuan

Tujuan penulisan skripsi ini antara lain:

1. Merumuskan model matematika untuk penyakit Tuberkulosis dengan strategi DOTS.
2. Mencari titik kesetimbangan sistem.
3. Menentukan bilangan reproduksi dasar.
4. Menganalisis kestabilan sistem dari model epidemik Tuberkulosis dengan strategi DOTS.
5. Membuat simulasi numerik untuk beberapa perubahan parameter.
6. Menganalisis parameter yang paling berpengaruh dalam model penyebaran Tuberkulosis dengan strategi DOTS.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam skripsi ini antara lain:

1. Terdapat orang yang meninggal secara alami dalam setiap kelompok.
2. Terdapat orang terinfeksi secara aktif yang dapat meninggal karena penyakit Tuberkulosis.
3. Terdapat orang terinfeksi yang sembuh secara alami (tanpa pengobatan) karena daya tahan tubuh yang kuat.
4. Orang yang menjalani pengobatan DOTS tidak akan putus obat.

1.5 Sistematika Pembahasan

Pembahasan dalam skripsi ini meliputi:

BAB 1: Pendahuluan

Pada bab ini akan dipaparkan latar belakang, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah dan sistematika penulisan.

BAB 2: Landasan Teori

Bab ini meliputi materi-materi yang akan digunakan sebagai teori pendukung dalam pembahasan pada bab-bab selanjutnya. Materi yang akan dibahas pada bab ini antara lain adalah penyakit Tuberkulosis, strategi pengobatan DOTS, model epidemik *SIR*, bilangan reproduksi dasar, determinan matriks, nilai eigen matriks, persamaan diferensial tak linear orde satu, sistem persamaan diferensial tak linear orde satu, analisis sensitivitas parameter.

BAB 3: Analisis Kestabilan Model Matematika Epidemik Tuberkulosis dengan strategi DOTS

Bab ini berisikan pembahasan mengenai model matematika penyakit Tuberkulosis dengan strategi DOTS, titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar dan kestabilan sistem.

BAB 4: Simulasi Numerik

Pada bab ini akan membahas mengenai simulasi numerik untuk kestabilan pada titik kesetimbangan, simulasi numerik untuk beberapa perubahan parameter pada sistem, dan analisis sensitivitas untuk menentukan parameter yang paling berpengaruh terhadap penyebaran penyakit TB dengan strategi DOTS.

BAB 5: Simpulan dan Saran

Pada bab terakhir berisi kesimpulan yang diperoleh dari bab-bab sebelumnya dan saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

