

SKRIPSI

**ANALISIS SENSITIVITAS MODEL EPIDEMI SEIR DEMAM
BERDARAH PADA MANUSIA**



Yonathan Jeremy Budiman

NPM: 2016710023

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2021**

FINAL PROJECT

**SENSITIVITY ANALYSIS OF SEIR DENGUE EPIDEMIC
MODEL ON HUMANS**



Yonathan Jeremy Budiman

NPM: 2016710023

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2021**

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISIS SENSITIVITAS MODEL EPIDEMI SEIR DEMAM BERDARAH PADA MANUSIA

Yonathan Jeremy Budiman

NPM: 2016710023

Bandung, 16 Februari 2021

Menyetujui,

Pembimbing

Iwan Sugiarto, S.Si., M.Si.

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI

Taufik Limansyah, S.Si., M.T.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

ANALISIS SENSITIVITAS MODEL EPIDEMI SEIR DEMAM BERDARAH PADA MANUSIA

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 16 Februari 2021

Yonathan Jeremy Budiman
NPM: 2016710023

ABSTRAK

Demam Berdarah adalah infeksi virus yang melemahkan dan menyakitkan tubuh seseorang dengan beberapa gejala khas termasuk demam tinggi. Virus Demam Berdarah dengue di bawa oleh dua jenis nyamuk yang disebut sebagai *Aedes aegypti* dan *Aedes albopictus* yang menyebarkan penyakit melalui gigitan mereka. Penyakit Demam Berdarah Dengue (DBD) masih merupakan salah satu masalah kesehatan masyarakat yang utama di Indonesia. Jumlah penderita dan luas daerah penularannya semakin bertambah seiring dengan meningkatnya mobilitas dan kepadatan penduduk. Oleh karena itu, akan dilakukan pemodelan matematika untuk penyakit Demam Berdarah. Pemodelan dilakukan untuk mempelajari, dan menanggulangi penularan penyakit Demam Berdarah. Dalam skripsi ini, akan dipelajari sistem persamaan diferensial yang memodelkan dinamika populasi transmisi vektor SEIR dari Demam Berdarah. Model SEIR menggambarkan arus manusia antara empat kompartemen yaitu *Susceptible (S)*, *Exposed (E)*, *Infective (I)*, dan *Recovered (R)*. Model ini merupakan model penularan penyakit yang berbentuk sistem persamaan diferensial tak linear. Skripsi ini bertujuan untuk mencari titik ekuilibrium suatu penyakit seperti Demam Berdarah dengan model SEIR dan menentukan jumlah individu yang tertular dan rentan. Selanjutnya akan dicari R_0 , dimana R_0 adalah Bilangan reproduksi dasar dari suatu infeksi yang dapat mengukur potensi penularan suatu penyakit. Selanjutnya akan dilakukan analisis kestabilan untuk menentukan syarat kestabilan titik ekuilibrium. Terakhir, akan dilakukan simulasi numerik dan analisis sensitivitas untuk menentukan parameter yang paling berpengaruh dalam penularan penyakit Demam Berdarah.

Kata-kata kunci: Demam Berdarah, Model SEIR, Titik ekuilibrium, bilangan reproduksi dasar, analisis kestabilan, simulasi numerik, analisis sensitivitas.

ABSTRACT

Dengue Fever is a debilitating and painful viral infection with several characteristic symptoms including high fever. Dengue Hemorrhagic Fever Virus is carried by two types of mosquitoes called *Aedes aegypti* and *Aedes albopictus* which spreads the disease through their bite. Dengue Hemorrhagic Fever (DHF) is still one of the major public health problems in Indonesia. The number of sufferers and the area where they spread is increasing along with the increase in mobility and population density. Therefore, mathematical modeling will be carried out for Dengue Fever. Mathematical modeling is carried out to study and overcome the spread of Dengue Fever. In this final project, we will study a system of differential equations that models the dynamics of the SEIR vector transmission population from Dengue Fever. The SEIR model describes the flow of people between four compartments, namely Susceptible (S), Exposed (E), Infected (I), and Recovered (R). This model describes the spread of infectious diseases in the form of a system of non-linear differential equations. This final project aims to find the equilibrium point for a disease such as Dengue Fever using the SEIR model and determine the number of infected and susceptible individuals. Next, we will look for R_0 , where R_0 is the basic reproductive number of an infection that can measure the potential for transmission of disease. Furthermore, a stability analysis will be carried out to determine the stability requirements of the equilibrium point. Finally, numerical simulations and sensitivity analysis will be carried out to determine the most influential parameters in the spread of Dengue Fever.

Keywords: Dengue fever, SEIR model, Equilibrium point, basic reproduction number, stability analysis, numerical simulation, sensitivity analysis.

Kepada kedua orang tua tercinta.

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa. Berkat kasih dan rahmatNya, penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "**Analisis Sensitivitas Model Epidemi SEIR Demam Berdarah pada Manusia**" sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan Program Sarjana (S1) Jurusan Matematika Fakultas Teknologi Informasi dan Sains Universitas Katolik Parahyangan.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak akan terselesaikan tanpa adanya dukungan, bimbingan, dan nasehat dari berbagai pihak selama penyusunan skripsi ini. Pada kesempatan ini penulis menyampaikan terimakasih pada:

1. Orang tua penulis Afung Suwelo dan Nathania Widjaja Budiman yang selalu mendoakan, dan memberi dukungan pada penulis.
2. Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. selaku dosen pembimbing atas bimbingan, masukan, saran, dan ulasan sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
3. Bapak Taufik Limansyah, M.T. dan Bapak Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI selaku dosen penguji yang sudah menilai dan memberikan ulasan serta masukan untuk skripsi agar penulis dapat meningkatkan kualitas skripsi ini.
4. Rudi, Lucas Mangaratua, Aldo Yesaya Darcy, dan Julius Susanto selaku teman kelompok belajar bersama sepanjang perkuliahan.
5. Bapak Liem Chin, M.Si. selaku koordinator mata kuliah skripsi atas segala bantuan yang diberikan.
6. Seluruh dosen Program Studi Matematika selaku dosen pengajar mata kuliah yang ditempuh oleh penulis atas ilmu dan dedikasinya kepada penulis.
7. Seluruh staf Tata Usaha FTIS dan karyawan FTIS atas segala kerja kerasnya demi melancarkan perkuliahan penulis.
8. Seluruh teman angkatan 2016 atas pengalaman, dan bantuan yang tidak terlupakan selama perkuliahan.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini jauh dari kata sempurna mengingat waktu dan kemampuan penulis.

Bandung, Februari 2021

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	1
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 TEORI DASAR	3
2.1 Persamaan Diferensial	3
2.2 Sistem Persamaan Diferensial	3
2.3 Titik Ekuilibrium	4
2.4 Bilangan Reproduksi Dasar	5
2.5 Linearisasi	5
2.6 Kestabilan Titik Ekuilibrium	6
2.7 Kriteria Routh-Hurwitz	6
2.8 Analisis Sensitivitas	7
3 ANALISIS KESTABILAN MODEL SEIR DEMAM BERDARAH	9
3.1 Model Matematika	9
3.2 Titik ekuilibrium	13
3.2.1 Titik ekuilibrium bebas penyakit	14
3.2.2 Titik ekuilibrium endemik	14
3.3 Bilangan reproduksi dasar	15
3.4 Analisis kestabilan	17
4 SIMULASI NUMERIK DAN ANALISIS SENSITIVITAS	23
4.1 Simulasi Numerik Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit	23
4.2 Simulasi Numerik Titik Ekuilibrium Endemik	25
4.3 Simulasi Numerik Analisis Sensitivitas	27
4.4 Analisis sensitivitas	29
5 PENUTUP	31
5.1 Kesimpulan	31
5.2 Saran	31
DAFTAR REFERENSI	33

DAFTAR GAMBAR

3.1	Diagram kompartemen model penularan penyakit Demam Berdarah	10
4.1	Dinamika proporsi populasi manusia yang rentan (Biru) dan sembuh (Merah) . . .	24
4.2	Dinamika proporsi populasi manusia yang terekspos (Biru) dan terinfeksi (Merah)	24
4.3	Dinamika proporsi populasi nyamuk yang terekspos (Biru) dan terinfeksi (Merah)	24
4.4	Dinamika proporsi populasi manusia yang rentan	26
4.5	Dinamika proporsi populasi manusia yang terekspos (Biru) dan terinfeksi (Merah)	26
4.6	Dinamika proporsi populasi nyamuk yang terekspos (Biru) dan terinfeksi (Merah)	26
4.7	Efek dari π_v terhadap i_h	27
4.8	Efek dari μ_v terhadap i_h	27
4.9	Efek dari b terhadap i_h	27
4.10	Efek dari β_h terhadap i_h	27
4.11	Efek dari γ_h terhadap i_h	28
4.12	Efek dari μ_h terhadap i_h	28
4.13	Efek dari β_v terhadap i_h	28
4.14	Efek dari v_v terhadap i_h	28
4.15	Efek dari v_h terhadap i_h	28

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Demam Berdarah adalah infeksi virus yang melemahkan dan menyakitkan tubuh seseorang dengan beberapa gejala khas termasuk demam tinggi. Virus Demam Berdarah dengue di bawa oleh dua jenis nyamuk yang disebut sebagai *Aedes aegypti* dan *Aedes albopictus* yang menyebarkan penyakit melalui gigitan mereka. Menurut WHO, nyamuk *Aedes albopictus* telah ditemukan di Asia dan kehadirannya telah terdeteksi dalam beberapa tahun terakhir. Namun, nyamuk *Aedes aegypti* masih menjadi faktor utama penularan virus dengue. Fakta lain yang menarik adalah pergeseran fenomena pasien dimana Demam Berdarah sebelumnya menyerang anak-anak usia dini, tetapi sekarang semua orang rentan terhadap Demam Berdarah dengue. Demam Berdarah disebabkan oleh empat jenis serotype virus yang terkait atau dapat dikatakan dalam satu keluarga virus dengue yaitu virus 1 (*DEN1*), virus 2 (*DEN2*), virus 3 (*DEN3*) dan virus 4(*DEN4*) [1].

Tubuh mempunyai mekanisme membangun kekebalan pada virus dengue setelah pernah terinfeksi, kekebalan pada salah satu serotipe belum tentu pada serotipe lain. Kembali tertularnya seseorang yang sembuh dari Demam Berdarah dengue disebut secondary infection, maka mantan pasien Demam Berdarah dengue harus tetap waspada dan tak bisa hanya mengandalkan sistem kekebalan tubuh. Penyakit Demam Berdarah Dengue (DBD) masih merupakan salah satu masalah kesehatan masyarakat yang utama di Indonesia. Jumlah penderita dan luas daerah penularannya semakin bertambah seiring dengan meningkatnya mobilitas dan kepadatan penduduk. Di Indonesia pada tahun 2020 terdapat sebanyak 95.893 kasus Demam Berdarah [2].

Pada skripsi ini akan dibahas mengenai model penularan penyakit Demam Berdarah dengue. Model matematika penularan penyakit Demam Berdarah dengue yang akan dibahas dalam skripsi ini adalah model epidemi SEIR. Model epidemi SEIR (*Susceptible-Exposed-Infective-Recovered*) merupakan model penularan penyakit yang membagi populasi menjadi 4 bagian yaitu *Susceptible* (*S*), *Exposed* (*E*), *Infectious* (*I*) dan *Recovered* (*R*). Model epidemi SEIR mengasumsikan bahwa manusia yang terekspos oleh infeksi karena nyamuk tidak langsung masuk kategori infeksi, namun mereka berada dalam *latency period*, yaitu periode dimana manusia belum bisa menularkan penyakit pada nyamuk atau sebaliknya, dan penyakit belum menunjukkan gejalanya. Setelah itu akan dicari titik ekuilibrium model, bilangan reproduksi dasar, dan analisis kestabilan titik ekuilibrium. Terakhir akan dilakukan simulasi numerik dan analisis sensitivitas untuk melihat parameter mana yang paling berpengaruh terhadap penularan Demam Berdarah supaya dapat mencari cara untuk mengurangi penularan Demam Berdarah secara efektif.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah :

1. Bagaimana menentukan model epidemi SEIR Demam Berdarah pada manusia?
2. Bagaimana menentukan bilangan reproduksi dasar dan titik ekuilibrium dari model epidemi SEIR Demam Berdarah pada manusia?

3. Bagaimana menentukan syarat kestabilan titik ekuilibrium untuk model epidemi SEIR demam berdarah pada manusia?
4. Bagaimana menentukan parameter yang paling berpengaruh dari model epidemi SEIR demam berdarah pada manusia?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah :

1. Menentukan model epidemi SEIR Demam Berdarah pada manusia.
2. Menentukan angka reproduksi dasar dan titik ekuilibrium dari model epidemi SEIR Demam Berdarah pada manusia.
3. Menentukan analisis perilaku model epidemi SEIR Demam Berdarah pada manusia.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam skripsi ini total jumlah manusia konstan setiap saat.

1.5 Sistematika Pembahasan

Sistematika penulisan pada skripsi ini terdiri dari 5 bab, yaitu :

Bab 1 : Pendahuluan

Bab ini berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah dan sistematika penulisan.

Bab 2 : Teori Dasar

Bab ini membahas teori-teori yang mendukung dalam pengerjaan skripsi ini yaitu sistem persamaan differensial, titik ekuilibrium, angka reproduksi dasar dan analisis sensitivitas.

Bab 3 : Analisis Kestabilan Model SEIR Demam Berdarah

Bab ini membahas model epidemi SEIR Demam Berdarah pada manusia dengan terlebih dahulu menentukan peubah dan parameter, diagram kompartemen beserta penurunan, titik ekuilibrium dan bilangan reproduksi dasar. Kemudian setelah mengetahui modelnya, akan dibuat analisis kestabilan untuk model tersebut dengan memanfaatkan matriks Jacobian.

Bab 4 : Simulasi Numerik dan analisis sensitivitas

Bab ini memperlihatkan simulasi numerik dan analisis sensitivitas dari model dengan parameter yang telah ditentukan.

Bab 5 : Penutup

Bab ini berisi kesimpulan dan saran dari isi skripsi.