

SKRIPSI

**ANALISIS KESTABILAN DAN SENSITIVITAS
MODEL EPIDEMI CVPD PADA TANAMAN JERUK
DENGAN FUNGSI RESPON HOLLING TIPE II**



Rudi

NPM: 2016710007

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2021**

FINAL PROJECT

**STABILITY AND SENSITIVITY ANALYSIS
OF CVPD EPIDEMIC MODEL ON CITRUS PLANT
WITH HOLLING FUNCTION TYPE II**



Rudi

NPM: 2016710007

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2021**

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISIS KESTABILAN DAN SENSITIVITAS MODEL EPIDEMI CVPD PADA TANAMAN JERUK DENGAN FUNGSI RESPON HOLLING TIPE II

Rudi

NPM: 2016710007

Bandung, 15 Februari 2021

Menyetujui,

Pembimbing

Iwan Sugiarto, M.Si.

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Benny Yong, Ph.D.

Felivia Kusnadi, M.Act.Sc.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

ANALISIS KESTABILAN DAN SENSITIVITAS MODEL EPIDEMI CVPD PADA TANAMAN JERUK DENGAN FUNGSI RESPON HOLLING TIPE II

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 15 Februari 2021

Rudi
NPM: 2016710007

ABSTRAK

Jeruk merupakan buah yang umum dikonsumsi masyarakat karena harganya yang murah dan mudah didapatkan. Selain itu, jeruk juga kaya akan vitamin B6, vitamin C, antioksidan dan serat. Kandungan dalam jeruk sangat baik bagi kesehatan tubuh. Atas kesadaran itulah, buah jeruk menjadi pilihan yang diminati masyarakat. Minat masyarakat untuk mengonsumsi jeruk yang tinggi tidak diimbangi dengan produktivitas jeruk yang masih terkendala. Salah satu penyebabnya adalah serangga *Diaphorina citri*. Serangga ini menimbulkan penyakit CVPD (*Citrus Vein Phloem Degeneration*) yang dapat menyerang tanaman jeruk. Penyebaran penyakit CVPD pada tanaman jeruk dapat dimodelkan secara matematis sebagai model epidemik antara tanaman jeruk sebagai inang dan serangga tersebut sebagai hama (vektor). Pada model ini, diasumsikan respon pemangsaan merupakan fungsi respon Holling tipe II. Dalam pemodelan ini, terdapat kestabilan titik ekuilibrium dan angka rasio reproduksi dasar yang dapat dianalisis untuk mendeteksi adanya penyakit CVPD pada tanaman jeruk. Model ini memiliki dua titik ekuilibrium, yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik. Titik ekuilibrium endemik dikatakan stabil asimtotik apabila angka rasio reproduksi dasar lebih dari satu. Pada skripsi ini, simulasi numerik untuk titik ekuilibrium yang diperoleh dari analisis perilaku model akan digambarkan dengan menggunakan *software Maple 17*. Kemudian, dilakukan simulasi numerik kembali dengan mengubah beberapa nilai parameter untuk mengetahui perilaku model. Selanjutnya, analisis sensitivitas bilangan reproduksi dasar diperlukan untuk menentukan parameter yang berpengaruh paling signifikan terhadap model penyebaran penyakit CVPD pada tanaman jeruk.

Kata-kata kunci: Model Epidemik, Bilangan Reproduksi Dasar (\mathcal{R}_0), Holling Tipe II, Titik Ekuilibrium, CVPD (*Citrus Vein Phloem Degeneration*).

ABSTRACT

Orange or can also be called as Citrus can be easily found throughout the world that it's commonly consumed. Citrus can be categorized as fruits that are rich in vitamin C, vitamin B6, antioxidants and fiber. Therefore, citrus becomes a popular choice of fruits in society. The high public interest of Citrus is not balanced with a high production of citrus due to many obstacles in increasing the production of citrus. One of them is due to *Diaphorina citri* insects which cause a disease that can attack citrus, called CVPD (*Citrus Vein Phloem Degeneration*). The spread of CVPD in citrus can be modeled using a mathematical model, that is an epidemic model between citrus plants as the host and the insects as the pests (vectors). In this model, it is assumed that the predation response follows the Holling type II Response function. In this model, there is equilibrium point and basic reproduction ratio number that can be analyzed to detect CVPD disease in citrus. This model has two equilibrium points. The first one is disease-free equilibrium point and the second one is endemic equilibrium point. If the value of baseline ratio is greater than one, then the endemic equilibrium point can be said asymptotically stable. In this thesis, the numerical simulation of the equilibrium point is done by using the Maple 17 software. Then, numerical simulation is performed by changing several parameter values to see the model's behavior. After that, sensitivity analysis is done to the basic reproduction numbers in order to know which parameters influence the CVPD spread model in citrus plants the most.

Keywords: Epidemic Model, Basic Reproduction Number (\mathcal{R}_0), Holling Type II, Equilibrium Point, CVPD (*Citrus Vein Phloem Degeneration*).

Dedicated to my beloved parents

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan atas berkatNya yang melimpah, untuk penyertaan, perlindungan, dan pertolongan yang tak pernah habis, sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini dengan tepat waktu. Skripsi yang berjudul "Analisis Kestabilan dan Sensitivitas Model Epidemi CVPD pada Tanaman Jeruk dengan Fungsi Respon Holling Tipe II" disusun sebagai salah satu syarat wajib dipenuhi untuk menyelesaikan studi Strata-1, Jurusan Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains (FTIS), Universitas Katolik Parahyangan (UNPAR), Bandung. Selama masa kuliah, penulis mendapat banyak hal dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

- Orang tua dan keluarga yang selalu mendukung penulis dalam segala situasi dan keadaan.
- Bapak Iwan Sugiarto, M.Si., selaku Dosen Pembimbing yang telah sabar membimbing penulis, memberikan ilmu, arahan, saran, semangat, dan inspirasi yang bermanfaat sehingga skripsi ini dapat terselesaikan dengan baik dan tepat waktu.
- Bapak Benny Yong, Ph.D., selaku Dosen Penguji yang telah banyak memberikan arahan dan masukan untuk penulisan skripsi ini.
- Ibu Felivia Kusnadi, M.Act.Sc. selaku Dosen Penguji yang telah banyak memberikan saran sehingga skripsi ini dapat menjadi lebih baik.
- Julius Susanto, Lucas Mangaratua, Aldo Darcy, dan Yonathan Budiman sebagai teman kelompok belajar bersama dan tempat berbagi satu dengan yang lainnya.
- Triny Lestari, Fenny Febiana, dan Jessica Tjandrajaya mendukung dan membantu penulis dalam segala situasi dan keadaan.
- Seluruh dosen FTIS, terima kasih atas segala ilmu dan ajaran yang telah diberikan kepada penulis.
- Seluruh staf Tata Usaha FTIS, terima kasih atas segala bantuan administrasi selama perkuliahan penulis.
- Universitas Katolik Parahyangan, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, dan Jurusan Matematika atas segala pengalaman dan kesempatan yang telah diberikan kepada penulis sehingga sangat membuka wawasan, sudut pandang, dan pola pikir penulis dalam proses menjadi manusia yang seutuhnya.
- Teman-teman angkatan 2016 yang telah mengisi kehidupan perkuliahan dan menginspirasi penulis untuk menjadi pribadi yang lebih baik.
- Teman-teman matematika 2014, 2015, 2016, dan 2017 yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Bandung, Februari 2021

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	3
2.1 <i>Citrus Vein Phloem Degeneration</i>	3
2.2 Model Epidemik <i>SIR</i>	3
2.3 Persamaan Diferensial	4
2.4 Sistem Persamaan Diferensial	5
2.5 Bilangan Reproduksi Dasar Menggunakan Matriks Generasi	5
2.6 Kestabilan Titik Ekuilibrium	7
2.7 Pelinieran Menggunakan Matriks Jacobian	9
2.8 Fungsi Respon Holling Tipe II	9
2.9 Analisis Sensitivitas	10
3 ANALISIS KESTABILAN MODEL EPIDEMI CVPD	11
3.1 Model Matematika	11
3.2 Titik Ekuilibrium Model	15
3.3 Bilangan Reproduksi Dasar	17
3.4 Analisis Perilaku Model	19
4 SIMULASI NUMERIK	23
4.1 Simulasi Numerik untuk Titik Ekuilibrium	23
4.2 Simulasi Numerik untuk Titik Ekuilibrium dengan Perubahan Parameter Laju Penu- laran Tanaman Jeruk yang Terinfeksi dengan Tanaman Jeruk Rentan (β_3)	25
4.3 Simulasi Numerik untuk Titik Ekuilibrium dengan Perubahan Parameter Laju Ke- matian <i>Diaphorina Citri</i> (m)	26
4.4 Analisis Sensitivitas	27
5 KESIMPULAN DAN SARAN	29
5.1 Kesimpulan	29
5.2 Saran	29

DAFTAR GAMBAR

2.1	Diagram Kompartemen SIR	4
3.1	Diagram Kompartemen Model Epidemi CVPD pada Tanaman Jeruk	14
4.1	Grafik S^* , I^* dan Q^* di Titik Ekuilibrium E^*	24
4.2	Banyaknya Tanaman Jeruk Rentan	25
4.3	Banyaknya Tanaman Jeruk Terinfeksi	25
4.4	Banyaknya <i>Diaporina citri</i> Terinfeksi	25
4.5	Banyaknya Tanaman Jeruk Rentan	26
4.6	Banyaknya Tanaman Jeruk Terinfeksi	26
4.7	Banyaknya <i>Diaporina citri</i> Terinfeksi	26

DAFTAR TABEL

4.1	Nilai Estimasi Parameter	23
4.2	Indeks Sensitivitas	27

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Buah-buahan berperan penting dalam memberikan nutrisi bagi tubuh manusia. Salah satu buah yang paling umum dikonsumsi dan merupakan buah yang banyak diminati masyarakat luas adalah jeruk. Semakin tinggi minat masyarakat untuk mengonsumsi jeruk, semakin tinggi pula permintaan produksinya. Namun, terdapat risiko produktivitas jeruk menurun apabila tanaman jeruk terkena penyakit. Dalam hal ini, penyakit yang dimaksud adalah penyakit yang disebabkan oleh serangan *Diaphorina citri* (kutu loncat). Penyakit menular yang disebabkan serangga ini disebut sebagai penyakit CVPD (*Citrus Vein Phloem Degeneration*). Penyakit CVPD pada tanaman jeruk disebabkan oleh bakteri *Liberobacter asiaticum* yang menyebabkan tanaman jeruk tidak mampu menyerap nutrisi secara maksimal. Penyebaran penyakit CVPD dapat pula ditularkan oleh bibit jeruk yang telah terinfeksi penyakit CVPD.

Pada skripsi ini, penyebaran penyakit CVPD akan dimodelkan menjadi suatu model epidemi. Model epidemi yang digunakan, yaitu model yang dapat menjelaskan bagaimana penyakit menular dapat menyebar. Model epidemi juga digunakan untuk menentukan parameter yang lebih sensitif untuk menghasilkan prediksi yang akurat. Model *SI* diketahui merupakan model epidemi yang paling sederhana. Pada model ini, populasi yang diamati terbagi menjadi dua subpopulasi berbeda. Subpopulasi yang dimaksud adalah subpopulasi rentan *S* (*susceptible*) dan subpopulasi terinfeksi *I* (*infected*). Model *SI* dapat diperluas dengan menambahkan subpopulasi sembuh *R* (*recovered*).

Model penyakit tanaman jeruk dipengaruhi oleh dua faktor, yaitu faktor inang dan faktor hama. Oleh karena itu, dikembangkan model penyakit tanaman jeruk pada kedua populasi tersebut. Populasi inang dibagi menjadi subpopulasi inang rentan, subpopulasi inang terinfeksi dan subpopulasi inang sembuh, sedangkan populasi hama dibagi menjadi subpopulasi hama rentan dan subpopulasi hama terinfeksi. Pada model yang akan dibahas, fungsi respon Holling tipe II akan menjadi laju pemangsaan yang ditandai dengan tingkat konsumsi melambat dengan mengasumsikan bahwa pemangsa menghabiskan waktunya untuk mencari mangsa. Fungsi respon Holling tipe II dipilih karena pemangsa yang berkarakteristik aktif dalam mencari mangsa.

Berdasarkan permasalahan di atas, akan dikembangkan model *SIR* menjadi model CVPD. Titik ekuilibrium bebas penyakit dan endemik serta rasio bilangan reproduksi dasar akan ditentukan. Langkah berikutnya adalah menentukan perilaku model untuk jangka waktu tertentu dengan cara menganalisis kestabilan titik ekuilibrium. Dari titik ekuilibrium tersebut dapat diketahui apakah populasi akan bebas dari penyakit atau tidak. Bilangan reproduksi dasar dapat digunakan untuk mengetahui faktor-faktor yang menyebabkan epidemi pada suatu populasi. Penulis tertarik untuk mengkaji permasalahan tersebut [1] dengan melakukan analisis sensitivitas dan analisis kestabilan endemik model epidemi CVPD pada tanaman jeruk. Model epidemi CVPD yang dimaksud adalah dengan fungsi respon Holling tipe II. Kemudian dilakukan simulasi titik ekuilibrium dengan perubahan beberapa parameter yang berpengaruh.

1.2 Rumusan Masalah

1. Bagaimana cara memodelkan epidemi antara tanaman jeruk dan serangga *Diaphorina citri* (kutu loncat)?
2. Bagaimana cara menentukan penyebaran penyakit model epidemi CVPD pada tanaman jeruk?
3. Bagaimana cara menentukan analisis perilaku dari model epidemi CVPD pada tanaman jeruk?

1.3 Tujuan

1. Memodelkan hubungan antara tanaman jeruk dan serangga *Diaphorina citri* (kutu loncat) dengan model epidemi CVPD.
2. Menentukan angka reproduksi dasar dan titik ekuilibrium dari model epidemi CVPD pada tanaman jeruk.
3. Menentukan analisis kestabilan endemik model epidemi CVPD pada tanaman jeruk dengan fungsi respon Holling tipe II

1.4 Batasan Masalah

1. Populasi tanaman jeruk sama banyak untuk setiap waktu.
2. Penyebaran penyakit untuk tanaman jeruk terjadi jika vektor *Diaphorina citri* terinfeksi dan tanaman jeruk terinfeksi berinteraksi tanaman jeruk rentan.
3. Jika vektor *Diaphorina citri* terinfeksi mengigit vektor *Diaphorina citri* rentan, vektor tersebut tidak menularkan penyakit.
4. Jika tanaman jeruk terinfeksi digigit oleh vektor *Diaphorina citri* rentan, maka vektor tersebut akan terinfeksi dengan tingkat perpindahan mengikuti fungsi respon Holling tipe II.
5. Jika tanaman jeruk rentan dan tanaman jeruk terinfeksi berinteraksi, maka tanaman jeruk rentan tersebut dapat terinfeksi dengan tingkat perpindahan mengikuti Holling tipe II.

1.5 Sistematika Pembahasan

Sistematika penulisan pada skripsi ini terdiri dari 5 bab, yaitu :

Bab 1 : Pendahuluan

Bab ini berisi tentang latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah dan sistematika penulisan.

Bab 2 : Landasan Teori

Bab ini membahas teori-teori yang mendukung dalam pengerjaan skripsi ini, yaitu persamaan diferensial, sistem persamaan diferensial, kestabilan titik ekuilibrium, bilangan reproduksi dasar, matriks generasi, matriks Jacobian, Holling tipe II, analisis sensitivitas.

Bab 3 : Analisis kestabilan endemik model epidemi CVPD

Bab ini membahas model epidemi CVPD pada tanaman jeruk dengan terlebih dahulu menentukan variabel dan parameter, diagram kompartemen beserta penurunan, kestabilan titik ekuilibrium dan bilangan reproduksi dasar. Kemudian setelah mengetahui modelnya, akan dibuat analisis untuk model tersebut dengan memanfaatkan matriks Jacobian.

Bab 4 : Simulasi Numerik

Bab ini memperlihatkan simulasi numerik dengan pengaruh parameter dan analisis sensitivitas dari setiap model dengan parameter yang telah ditentukan.

Bab 5 : Simpulan dan Saran

Bab ini berisi kesimpulan dan saran dari isi skripsi.