

SKRIPSI

**ANALISIS SENSITIVITAS DAN STABILITAS PADA MODEL
PENYEBARAN PENYAKIT HERPES GENITAL DENGAN
MELIBATKAN WAKTU TUNDA**



Evan Risaldi

NPM: 2014710020

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2021**

FINAL PROJECT

**SENSITIVITY AND STABILITY ANALYSIS OF GENITAL
HERPES SPREAD DISEASE MODEL WITH TIME DELAY**



Evan Risaldi

NPM: 2014710020

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2021**

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISIS SENSITIVITAS DAN STABILITAS PADA MODEL PENYEBARAN PENYAKIT HERPES GENITAL DENGAN MELIBATKAN WAKTU TUNDA

Evan Risaldi

NPM: 2014710020

Bandung, 9 Februari 2021

Menyetujui,

Pembimbing

Iwan Sugiarto, M.Si.

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Prof. Dr. Julius Dharma Lesmono

Jonathan Hoseana, Ph.D.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

ANALISIS SENSITIVITAS DAN STABILITAS PADA MODEL PENYEBARAN PENYAKIT HERPES GENITAL DENGAN MELIBATKAN WAKTU TUNDA

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 9 Februari 2021

Evan Risaldi
NPM: 2014710020

ABSTRAK

Skripsi ini membahas sistem dalam penyebaran penyakit *Herpes Genital* yang akan melibatkan waktu tunda. Waktu tunda terjadi pada populasi sebelum individu masuk ke dalam kelas *Susceptible*. Individu yang masuk ke dalam kelas *Susceptible* adalah individu yang telah berusia 14 tahun dan kematian yang terjadi adalah kematian alami. Individu yang sudah sembuh juga dapat kembali masuk ke dalam kelas *Infected*. Setelah itu akan ditentukan titik ekuilibrium, titik endemik, kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit dan endemik, bilangan reproduksi dasar, analisis sensitivitas dan akan melakukan simulasi numerik untuk penyebaran model penyakit *Herpes Genital* yang melibatkan waktu tunda juga perubahan parameter-parameter yang ada untuk melihat pengaruh parameter terbesar dalam penyebaran penyakit *Herpes Genital*. Hasil yang diperoleh yaitu apabila laju infeksi semakin mengecil maka semakin lama penyakit akan semakin berkurang atau menghilang dari populasi, sebaliknya apabila laju infeksi semakin besar maka penyakit akan terus menyebar ke dalam populasi.

Kata-kata kunci: Penyakit *Herpes Genital*, Waktu Tunda, Titik Ekuilibrium, Kestabilan, Bilangan Reproduksi Dasar.

ABSTRACT

This final project explains the system in the spread of Genital Herpes disease which involves time delay. The time delay occurs in the population before the individual enter the Susceptible class. The individual who enter the Susceptible class are 14 years old and the death that occur is natural death. The individuals who have recovered can also return to the Infected class. After that it will determine the equilibrium point, endemic point, stability of equilibrium point and endemic point, basic reproduction rate, sensitivity analytic and numeric simulation for Genital Herpes disease model which involves time delay also changes in the existing parameters to see the effect of the largest parameters on the spread of Genital Herpes disease. The results obtained are that if the infection rate decreases, the longer the disease will decrease or disappear from the population, conversely, if the infection rate is getting bigger, the disease will continue to spread into the population.

Keywords: Genital Herpes Disease, Time Delay, Equilibrium Point, Stability, Basic Reproduction Number

Thanks God

KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Tuhan Yesus atas semuanya yang telah dilimpahkan kepada penulis sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang merupakan salah satu syarat wajib untuk menyelesaikan studi Strata-1 Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains, Universitas Katolik Parahyangan yang berjudul "Analisis Sensitivitas dan Stabilitas pada Model Penyebaran Penyakit *Herpes Genital* dengan Melibatkan Waktu Tunda". Penulis menggunakan aplikasi Latex dan Matlab untuk penyusunan skripsi ini. Apabila rekan mahasiswa membutuhkannya, dapat memintanya kepada penulis. Penulis berharap skripsi ini dapat berguna untuk mahasiswa dan pembaca lainnya.

Semasa proses pembelajaran dan penyusunan skripsi, banyak bantuan dan pelajaran yang didapatkan penulis dari beberapa pihak. Penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Mama, papa, kakak dan keluarga lainnya yang tidak pernah lelah mendukung, menyemangati, dan membimbing penulis.
2. Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. sebagai dosen wali dan pembimbing yang telah memberikan bantuan dalam menyelesaikan studi dan skripsi ini.
3. Bapak Prof. Dr. Julius Dharma Lesmono dan Bapak Jonathan Hoseana, Ph.D. sebagai dosen penguji, serta Bapak Liem Chin M.Si. sebagai dosen koordinator skripsi yang telah membantu untuk mengembangkan skripsi ini.
4. Dinda Dewi Kumalasari dan keluarganya yang tidak pernah lelah untuk mendukung penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.
5. Teman-teman seperjuangan 2014: Indra, Boru, Samuel, Adinandra, Nita, Alya, Adit, Elwin, Nicholas, Ivan F, Billy, Erlan, Kevin B, Citra, Vido, Neilshan, Yemima, Philip, Steven, Angel, Laras, Mario, Cindy, Meirene, Azka, Michael, Thasya, Yosua, Ivan S, Andry, Kevin L, Enrico, Ester, Grace, Aquila, dan Christian yang telah memberikan ilmu dan pengalaman selama proses belajar di UNPAR.
6. Teman-teman seperjuangan MB dan Barkos Chang: Deva, Isa, Janaka, Salomo, Leo, Chang, Faza, Davyn, Raisa, Muti, Fifi dan lainnya yang telah memberikan ilmu dan pengalaman selama proses belajar di UNPAR.
7. Teman-teman angkatan 2011-2019 lainnya yang telah memberikan ilmu dan pengalaman selama proses belajar di UNPAR, juga untuk seluruh staf dosen dan staf TU.
8. Jeremy Julioardo dan Theo Isakh yang telah membantu penulis untuk mengerjakan video untuk penyelesaian skripsi ini.
9. Kakak-kakak layan pelkat PT GPIB Maranatha Bandung yang selalu mendukung penulis untuk menyelesaikan studinya.

Bandung, Februari 2021

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Penyakit <i>Herpes Genital</i>	5
2.2 Persamaan Diferensial	5
2.3 Sistem Persamaan Diferensial	6
2.4 Titik Keseimbangan	6
2.5 Kestabilan Titik Keseimbangan Trivial Sistem Planar	7
2.6 Bilangan Reproduksi Dasar	8
2.7 Matriks Generasi	8
2.8 Pelinearan Sistem PD Nonlinear Menggunakan Matriks <i>Jacobian</i>	9
2.9 Analisis Sensitivitas	9
2.10 Model Epidemik SIR dan SIRI	9
3 MODEL PENYEBARAN PENYAKIT <i>Herpes Genital</i> MELIBATKAN WAKTU TUNDA	11
3.1 Model Matematika Penyebaran Penyakit <i>Herpes Genital</i> Melibatkan Waktu Tunda	11
3.2 Titik Keseimbangan Model Matematika Penyebaran Penyakit <i>Herpes Genital</i> Melibatkan Waktu Tunda	14
3.3 Bilangan Reproduksi Dasar (\mathcal{R}_0)	16
3.4 Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan Model Matematika Penyebaran Penyakit <i>Herpes Genital</i> Melibatkan Waktu Tunda	16
4 SIMULASI NUMERIK DAN ANALISIS SENSITIVITAS	19
4.1 Simulasi Kestabilan Titik Keseimbangan Bebas Penyakit pada Model Penyebaran Penyakit <i>Herpes Genital</i>	19
4.2 Simulasi Kestabilan Titik Keseimbangan Endemik pada Model Penyebaran Penyakit <i>Herpes Genital</i>	20
4.3 Simulasi Perubahan Parameter β	21
4.4 Simulasi Perubahan Parameter α	22

4.5	Simulasi Perubahan Parameter μ	23
4.6	Analisis Sensitivitas Bilangan Reproduksi Dasar pada Model Matematika Penyebaran Penyakit <i>Herpes Genital</i> Melibatkan Waktu Tunda	24
5	KESIMPULAN DAN SARAN	27
5.1	Kesimpulan	27
5.2	Saran	27
	DAFTAR REFERENSI	29

DAFTAR GAMBAR

2.1	Model Epidemik SIR (<i>Susceptible-Infected-Recovered</i>)	10
2.2	Model SIRI (<i>Susceptible-Infected-Recovered-Infected</i>)	10
3.1	Model Penyebaran Penyakit <i>Herpes Genital</i> Melibatkan Waktu Tunda	11
4.1	Simulasi Penyebaran Penyakit <i>Herpes Genital</i> pada Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit	20
4.2	Simulasi Penyebaran Penyakit <i>Herpes Genital</i> pada Titik Kesetimbangan Endemik	21
4.3	Simulasi Perubahan Parameter β	22
4.4	Simulasi Perubahan Parameter α	23
4.5	Simulasi Perubahan Parameter μ	24

DAFTAR TABEL

3.1	Variabel dalam Model Penyebaran Penyakit <i>Herpes Genital</i> Melibatkan Waktu Tunda	12
3.2	Parameter dalam Model Penyebaran Penyakit <i>Herpes Genital</i> Melibatkan Waktu Tunda	12
4.1	Nilai Awal Kelas SIR	19
4.2	Nilai Parameter dalam Model Penyebaran Penyakit <i>Herpes Genital</i>	19
4.3	Nilai Awal Kelas SIR	20
4.4	Nilai Parameter dalam Model Penyebaran Penyakit <i>Herpes Genital</i>	21
4.5	Indeks Sensitivitas terhadap Parameter ketika $\mathfrak{R}_0 > 1$	25

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Penyakit yang terus menyebar ke individu yang sehat melalui individu yang terinfeksi adalah masalah yang sangat diperhatikan oleh negara maupun dunia. Penularan penyakit terjadi karena interaksi secara langsung atau tidak langsung melalui interaksi dalam rantai infeksi. Herpes adalah salah satu contoh penyakit menular.

Herpes merupakan salah satu penyakit menular secara vertikal (keturunan) dan horizontal (kontak langsung maupun tidak langsung). Penyakit herpes diakibatkan oleh *Herpes Simplex Virus* (HSV). *Herpes Simplex Virus* ini dibagi menjadi dua tipe, yaitu tipe I (HSV-I) yang menyerang daerah sekitar mulut dan tipe II (HSV-II) yang menyerang daerah genital dan sekitarnya. Herpes genital merupakan salah satu infeksi menular seksual yang sulit untuk disembuhkan, bersifat kambuhan, dan dapat terjadi tanpa ada gejala [1].

Penyakit *Herpes Genital* memiliki beberapa gejala yang dibagi ke dalam beberapa stadium. Stadium-stadium tersebut adalah infeksi primer, fase laten, dan infeksi rekuren. Gejala awal yang dijumpai berupa munculnya bintik berwarna putih yang terlihat berair (vesikel) yang merupakan awal masuknya pada stadium infeksi primer. Bintik-bintik ini berkumpul di atas kulit yang kemerahan dan sembab. Pertama-tama bintik tersebut tampak berwarna putih, dan akhirnya akan berwarna hijau yang berisi nanah. Terkadang dapat ditemukan juga bintik yang telah pecah, seperti sariawan pada kulit. Fase infeksi primer akan disertai beberapa gejala lainnya seperti demam, mual, lemas, muntah, dan dapat juga ditemukan kelenjar yang membesar di sekitar leher maupun selangkangan. Fase ini akan terjadi selama kurang lebih 3 minggu. Saat gejala sudah mereda, bukan berarti virus herpes telah mati. Virus herpes masih ada dan berdiam di dalam sel saraf tulang belakang manusia. Hal tersebut merupakan fase laten. Pada fase ini, penularan penyakit herpes masih dapat terjadi meskipun pelepasan virus lebih sedikit daripada fase sebelumnya. Maka dari itu, penularan infeksi herpes bisa saja terjadi dari seseorang yang penampilan fisiknya tidak ada gejala sama sekali. Infeksi rekuren terjadi pada saat virus yang sebelumnya berdiam pada fase laten menjadi aktif kembali. Gejala yang timbul berlangsung lebih sebentar daripada infeksi primer (7-10 hari) dan umumnya lebih ringan. Kelainan kulit dapat terjadi di daerah yang sama atau di daerah yang baru dan sekitarnya. Penderita penyakit akan merasakan beberapa gejala seperti gatal dan sakit di daerah kulit tersebut sebelum munculnya kelainan kulit [2].

Menurut *World Health Organization* (WHO) ada sekitar 3,7 miliar (67%) individu berusia di bawah 50 tahun yang hidup dengan HSV-I dan ada sekitar 491 juta (13%) individu berusia 15-49 tahun yang hidup dengan HSV-II. Penelitian tentang herpes genital yang dilakukan oleh Podder (2013) menyebutkan bahwa terdapat sekitar 22% dari populasi di Amerika Serikat terinfeksi dengan HSV-II [3].

Pada skripsi ini akan dibentuk model matematika dari penyebaran penyakit *herpes genital* melibatkan waktu tunda, di mana model matematika ini dapat menjadi pedoman dalam menggambarkan penyebaran penyakit saat ini dan juga di masa yang akan datang. Tujuannya untuk menganalisis penyebaran penyakit sehingga dari hasil analisis tersebut penyebaran penyakit dapat berkurang atau bahkan berhenti. Model matematika untuk penyebaran penyakit *herpes*

genital melibatkan waktu tunda yang digunakan pada skripsi ini yaitu model SIRI (*Susceptible, Infected, Recovered, Infected*), di mana populasi dibagi menjadi tiga subpopulasi, yaitu subpopulasi manusia rentan (*Susceptible*), subpopulasi manusia terinfeksi (*Infected*), subpopulasi manusia sembuh (*Recovered*), dengan kemungkinan individu yang telah dinyatakan sembuh masih dapat kembali kambuh satu kali dalam satu tahun [4]. Model SIRI digunakan karena penyakit *Herpes Genital* bersifat kambuhan, maka dari itu model SIRI lebih cocok digunakan untuk memodelkan penyebaran penyakit *Herpes Genital*. Pada skripsi ini juga dilakukan analisis sensitivitas juga dilakukan untuk menganalisis apa yang harus dilakukan untuk menekan penyebaran penyakit *Herpes Genital*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, masalah yang akan dibahas adalah:

1. Bagaimana membuat model matematika untuk penyebaran penyakit *Herpes Genital* yang melibatkan waktu tunda?
2. Bagaimana menentukan titik kesetimbangan dari model tersebut?
3. Bagaimana analisis kestabilan titik kesetimbangan dari model tersebut?
4. Parameter apakah yang paling berpengaruh pada model matematika penyebaran penyakit *Herpes Genital* melibatkan waktu tunda melalui analisis sensitivitas?

1.3 Tujuan

1. Menentukan model matematika untuk penyebaran penyakit *Herpes Genital* melibatkan waktu tunda.
2. Menentukan titik kesetimbangan dari model matematika penyakit *Herpes Genital* melibatkan waktu tunda.
3. Menganalisis kestabilan titik kesetimbangan model.
4. Menentukan parameter apakah yang paling berpengaruh pada model matematika penyebaran penyakit *Herpes Genital* melibatkan waktu tunda melalui analisis sensitivitas.

1.4 Batasan Masalah

Model yang digunakan untuk model SIRI, manusia yang rentan berusia minimal 14 tahun, dan manusia yang sudah sembuh dapat kembali terinfeksi penyakit sebanyak satu kali dalam setahun.

1.5 Sistematika Pembahasan

Berikut diuraikan sistematika pembahasan skripsi ini:

Bab I: Pendahuluan

Bab ini berisi latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah dan sistematika penulisan.

Bab II: Landasan Teori

Bab ini berisi tentang penjelasan teori pendukung yang digunakan dalam skripsi ini. Teori pendukung yang dibahas berupa persamaan diferensial, sistem persamaan diferensial, kestabilan titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, matriks generasi, pelinearan sistem persamaan diferensial *nonlinear* dengan matriks *Jacobian*, analisis sensitivitas, dan model epidemik SIR dan SIRI.

Bab III: Model Penyebaran Penyakit *Herpes Genital* Melibatkan Waktu Tunda

Bab ini berisi tentang formulasi model SIRI, titik kesetimbangan dan sifat kestabilan dari titik

kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar pada model.

Bab IV: Simulasi Numerik dan Analisis Sensitivitas

Bab ini melakukan simulasi numerik titik kesetimbangan, simulasi perubahan parameter, serta analisis sensitivitas terhadap bilangan reproduksi dasar.

Bab V: Kesimpulan dan Saran

Bab ini akan berisi kesimpulan yang diperoleh dan saran untuk pengembangan selanjutnya.

