

SKRIPSI

**APLIKASI HAMPIRAN NILAI TUNAI AKTUARIA DENGAN
TRANSFORMASI TINGKAT MORTALITA PROPORSIONAL
DAN LINEAR PADA TABEL MORTALITA INDONESIA**



Yohanes Johan

NPM: 2016710045

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2020**

FINAL PROJECT

**ACTUARIAL PRESENT VALUE APPROXIMATION USING
PROPORTIONAL AND LINEAR HAZARD TRANSFORMS
APPLIED TO THE INDONESIAN MORTALITY TABLE**



Yohanes Johan

NPM: 2016710045

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2020**

LEMBAR PENGESAHAN

APLIKASI HAMPIRAN NILAI TUNAI AKTUARIA DENGAN TRANSFORMASI TINGKAT MORTALITA PROPORSIONAL DAN LINEAR PADA TABEL MORTALITA INDONESIA

Yohanes Johan

NPM: 2016710045

Bandung, 30 Juli 2020

Menyetujui,

Pembimbing 1

Pembimbing 2

Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI

Iwan Sugiarto, M.Si.

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Dr. Julius Dharma Lesmono

Farah Kristiani, Ph.D.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

APLIKASI HAMPIRAN NILAI TUNAI AKTUARIA DENGAN TRANSFORMASI TINGKAT MORTALITA PROPORSIONAL DAN LINEAR PADA TABEL MORTALITA INDONESIA

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 30 Juli 2020

Meterai Rp. 6000

Yohanes Johan
NPM: 2016710045

ABSTRAK

Industri asuransi tumbuh dengan pesat seiring dengan meningkatnya tingkat pendidikan dan tingkat kesejahteraan masyarakat. Seorang kepala keluarga dapat tetap memberi tunjangan finansial kepada anggota keluarga yang ditinggalkan jika orang tersebut membeli produk asuransi jiwa pada masa hidupnya. Perhitungan besaran aktuarial untuk asuransi jiwa, seperti nilai tunai aktuarial dari manfaat dan premi, serta perhitungan cadangan sangat bergantung pada peluang ketahanan hidup. Di Indonesia digunakan Tabel Mortalita Indonesia (TMI) sebagai acuan untuk menghitung peluang ketahanan hidup. Tetapi Tabel Mortalita Indonesia tidak diterbitkan setiap tahun karena kendala waktu dan biaya. Akibatnya perhitungan besaran nilai aktuarial pada selang waktu penerbitan tabel mortalita dapat menjadi kurang akurat. Pada skripsi ini akan dibahas transformasi linear dan transformasi proporsional tingkat kematian. Ada 2 cara yang dilakukan untuk melakukan transformasi proporsional dan transformasi linear yaitu menggunakan ${}_k p_x$ dan p_{x+k} . Performansi transformasi diuji dengan membandingkan *standard error* atau prosentase *error* antara nilai hampiran dengan nilai eksak dari peluang ketahanan hidup lalu membandingkan nilai tunai aktuarial manfaat asuransi jiwa berjangka, *endowment* murni dan dwiguna n -tahun, serta anuitas jiwa berjangka n -tahun. Hasil simulasi menunjukkan bahwa transformasi linear dengan menggunakan ${}_k p_x$ merupakan transformasi yang paling baik dalam menghampiri nilai peluang ketahanan hidup.

Kata-kata kunci: Asuransi Jiwa, Tingkat Mortalita, Peluang Ketahanan Hidup, Transformasi Tingkat Mortalita Proporsional, Transformasi Tingkat Mortalita Linear.

ABSTRACT

The insurance industry is growing rapidly along with the increasing level of education and the level of welfare of the community. A man who makes money for his family will buy a life insurance product so that his family gets financial security when he passes away. Calculation of actuarial amount on life insurance, such as the actuarial present value of benefits, benefit premiums or benefit reserves are very dependent on the survival probability. The Indonesian Mortality Table (TMI) is commonly used as a reference for calculating survival probabilities in the life insurance models in Indonesia. However, the Indonesia Mortality Table is not released yearly due to time and cost constraints. As a result, the calculation of the actuarial amount at the time between two years when the Indonesian Mortality Table is released can be less accurate. This final project will discuss two transformations, those are the proportional hazards transforms and the linear hazard transforms. There are 2 approaches for each transforms: using ${}_k p_x$ and using p_{x+k} . The survival probabilities in 2011 will be estimated by using those transforms based on the data from the TMI III (1999), and those are considered as the approximation values. Survival probabilities from from TMI IV (2011) will be considered as the exact values. Performance of those transforms are investigated by comparing the percentage error between the approximation and exact values, and also investigated by comparing the exact actuarial present values and the approximation values of the benefits of the n -year term life insurance, the n -year pure endowment, the n -year endowment, and also the actuarial present value of the n -year temporary life insurance. The simulation results show that the linear hazard transform approach using ${}_k p_x$ is the best performance.

Keywords: Life Insurance, Mortality Rate, Survival Probabilities, Proportional Hazard Transform, Linear Hazard Transform.

Untuk Papah, Mamah, Koko, dan Adik-adik terkasih.

KATA PENGANTAR

Saya panjatkan Puji syukur kepada Tuhan Yesus atas berkat dan penyertaan-Nya sehingga saya dapat menyelesaikan skripsi berjudul APLIKASI HAMPIRAN NILAI TUNAI AKTUARIA DENGAN TRANSFORMASI TINGKAT MORTALITA PROPORSIONAL DAN LINEAR PADA TABEL MORTALITA INDONESIA yang disusun sebagai syarat menjadi Sarjana Matematika di Universitas Katolik Parahyangan (UNPAR). Penulis mengucapkan syukur dan berterima kasih sedalam-dalamnya untuk orang-orang yang telah mendukung, mendoakan serta memberi tuntunan dalam menyelesaikan skripsi ini. Saya juga mengucapkan terima kasih untuk :

- Papah dan Mamah untuk semua dukungan, nasihat serta doa agar penulis dapat menyelesaikan skripsi, serta koko Yosua, Yolan, Jonathan dan keluarga besar atas dukungan, doa dan semangat yang diberikan untuk menyelesaikan skripsi ini.
- Bapak Dr. Ferry Jaya Permana, ASAI yang menjadi dosen wali dan dosen pembimbing yang dengan sabar selalu membagi ilmu, tuntunan dan arahan agar penulis berhasil dalam menyelesaikan studi Strata-1 serta nasihat dalam memasuki dunia kerja.
- Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. sebagai dosen pembimbing untuk semua nasihat agar penulis rajin dan mengarahkan penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.
- Bapak Dr. Julius Dharma Lesmono dan Ibu Farah Kristiani, Ph.D. sebagai dosen penguji yang sudah memberikan arahan serta masukan sehingga skripsi ini dapat lebih baik.
- Bapak Liem Chin, M.Si. sebagai koordinator skripsi yang selalu sabar dalam menuntun penulis agar menyelesaikan skripsi tepat waktu.
- Seluruh dosen Matematika, Fisika, dan Informatika di Universitas Katolik Parahyangan (UNPAR) khususnya yang telah mengajar penulis dalam setiap mata kuliah.
- Semua teman-teman angkatan 2016 khususnya Salomo, Avel, Aldo, Febrizio, Julius, yang sering kali mendukung penulis dalam menyelesaikan setiap mata kuliah.
- Untuk Ka Onto, Nevan, Ko Marcel, Melia, Raisa, Gresel dan Julius yang seringkali membantu dalam memberi saran dalam penulisan skripsi.
- Semua teman-teman dari 2013-2019 yang tidak mungkin disebutkan semuanya.
- Semua teman dan senior di Tim Futsal UNPAR yang memberikan penghiburan serta membagi pengalaman selama penulis menyelesaikan studi.
- Semua teman di GBI SUKAWARNA, LEGACY CENTER, dan NEXTGEN SUKAWARNA yang telah mendoakan agar penulis menyelesaikan skripsi tepat waktu dan berhasil.

Semoga skripsi ini dapat memberi manfaat bagi para pembaca.

Bandung, Juli 2020

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Metodologi	2
1.6 Sistematika Pembahasan	3
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Fungsi Distribusi dan Fungsi Ketahanan Hidup	5
2.2 Tingkat Mortalita	6
2.3 Asuransi Jiwa	7
2.3.1 Asuransi Jiwa Berjangka n -tahun	7
2.3.2 Asuransi Jiwa <i>Endowment</i> Murni n -tahun	7
2.3.3 Asuransi Jiwa Dwiguna n -tahun	8
2.4 Anuitas	8
2.4.1 Anuitas Jiwa Berjangka n -tahun	9
3 TRANSFORMASI TINGKAT MORTALITA PROPORSIONAL DAN TRANSFORMASI TINGKAT MORTALITA LINEAR	11
3.1 Transformasi Tingkat Mortalita Proporsional (TTMP)	11
3.2 Hampiran Peluang Ketahanan Hidup dengan TTMP	12
3.2.1 Hampiran ${}_k p_x$ dengan Transformasi Tingkat Mortalita Proporsional	12
3.2.2 Hampiran p_{x+k} dengan Transformasi Tingkat Mortalita Proporsional	14
3.3 Transformasi Tingkat Mortalita Linear (TTML)	15
3.4 Hampiran Peluang Ketahanan Hidup dengan TTML	15
3.4.1 Hampiran ${}_k p_x$ dengan Transformasi Tingkat Mortalita Linear	16
3.4.2 Hampiran Menggunakan p_{x+k} dengan TTML	18
3.5 Hampiran Nilai Tunai Aktuaria Dari Manfaat dan Anuitas Jiwa	21
4 SIMULASI NUMERIK	23
4.1 Data Peluang Ketahanan Hidup Tabel Mortalita Indonesia	23
4.2 Simulasi Transformasi Proporsional Menggunakan ${}_k p_x$	25
4.3 Simulasi Transformasi Linear Menggunakan ${}_k p_x$	27
4.4 Simulasi Transformasi Proporsional Menggunakan p_{x+k}	29

4.5	Simulasi Transformasi Linear Menggunakan p_{x+k}	31
4.6	Perbandingan Performansi Transformasi Proporsional dan Transformasi Linear . .	33
4.6.1	Perbandingan Performansi Transformasi Proporsional dan Linear Menggunakan ${}_k p_x$	33
4.6.2	Perbandingan Performansi Transformasi Proporsional dan Linear Menggunakan p_{x+k}	34
4.6.3	Perbandingan Transformasi Proporsional dan Transformasi Linear Menggunakan ${}_k p_x$ dan p_{x+k}	35
4.6.4	Aplikasi Transformasi untuk Menghitung NTA Manfaat dan NTA Anuitas Jiwa	43
5	KESIMPULAN DAN SARAN	45
5.1	Kesimpulan	45
5.2	Saran	45
	DAFTAR PUSTAKA	47

DAFTAR GAMBAR

4.1	Perbandingan Nilai Hampiran ${}_k p_{30^*,1999}$ dengan Nilai Eksak ${}_k p_{30,2011}$ untuk Transformasi Proporsional Menggunakan ${}_k p_x$	37
4.2	Perbandingan Nilai Hampiran ${}_k p_{30^*,1999}$ dengan Nilai Eksak ${}_k p_{30,2011}$ untuk Transformasi Linear Menggunakan ${}_k p_x$	37
4.3	Perbandingan Nilai Hampiran ${}_k p_{30^*,1999}$ dengan Nilai Eksak ${}_k p_{30,2011}$ untuk Transformasi Proporsional Menggunakan p_{x+k}	38
4.4	Perbandingan Nilai Hampiran ${}_k p_{30^*,1999}$ dengan Nilai Eksak ${}_k p_{30,2011}$ untuk Transformasi Linear Menggunakan p_{x+k}	38
4.5	Perbandingan Nilai Hampiran $p_{30+k^*,1999}$ dengan Nilai Eksak $p_{30+k,2011}$ untuk Transformasi Proporsional Menggunakan ${}_k p_x$	41
4.6	Perbandingan Nilai Hampiran $p_{30+k^*,1999}$ dengan Nilai Eksak $p_{30+k,2011}$ untuk Transformasi Linear Menggunakan ${}_k p_x$	41
4.7	Perbandingan Nilai Hampiran $p_{30+k^*,1999}$ dengan Nilai Eksak $p_{30+k,2011}$ untuk Transformasi Proporsional Menggunakan p_{x+k}	42
4.8	Perbandingan Nilai Hampiran $p_{30+k^*,1999}$ dengan Nilai Eksak $p_{30+k,2011}$ untuk Transformasi Linear Menggunakan p_{x+k}	42

DAFTAR TABEL

4.1	Peluang Kematian Pria TMI I Tahun 1999 dan TMI III Tahun 2011	23
4.2	Peluang Ketahanan Hidup Pria dari TMI I Tahun 1999 dan TMI III Tahun 2011 .	25
4.3	Taksiran Parameter Transformasi Proporsional dan <i>Standard Error</i> untuk ($x = 30$ dan $n = 20$) Menggunakan ${}_k p_x$	26
4.4	Perbandingan Nilai Hampiran ${}_k p_{30*,1999}$ dengan Nilai Eksak ${}_k p_{30,2011}$ ($x = 30, n = 20$) Menggunakan Transformasi Proporsional dengan ${}_k p_x$	26
4.5	Taksiran Nilai Paramater α dan <i>Standard Error</i> untuk Berbagai Nilai x ($n = 20$) Menggunakan Transformasi Proporsional Dengan ${}_k p_x$	27
4.6	Statistik Deskriptif dari <i>Standard Error</i> Menggunakan Transformasi Proporsional dengan ${}_k p_x$	27
4.7	Taksiran Parameter Transformasi Linear dan <i>Standard Error</i> untuk ($x = 30$ dan $n = 20$) Menggunakan ${}_k p_x$	28
4.8	Perbandingan Nilai Hampiran ${}_k p_{30*,1999}$ dengan Nilai Eksak ${}_k p_{30,2011}$ ($x = 30, n = 20$) Menggunakan Transformasi Linear dengan ${}_k p_x$	28
4.9	Taksiran Nilai Paramater α, β dan <i>Standard Error</i> untuk Berbagai Nilai x ($n = 20$) Menggunakan Transformasi Linear dengan ${}_k p_x$	29
4.10	Statistik Deskriptif dari <i>Standard Error</i> Menggunakan Transformasi Linear dengan ${}_k p_x$	29
4.11	Taksiran Parameter Transformasi Proporsional dan <i>Standard Error</i> untuk ($x = 30$ dan $n = 20$) Menggunakan p_{x+k}	29
4.12	Perbandingan Nilai Hampiran $p_{x+k*,1999}$ dengan Nilai Eksak $p_{x+k,2011}$ ($x = 30, n =$ 20) Menggunakan Transformasi Proporsional dengan p_{x+k}	30
4.13	Taksiran Nilai Paramater α dan <i>Standard Error</i> untuk Berbagai Nilai x ($n = 20$) Menggunakan Transformasi Proporsional dengan p_{x+k}	30
4.14	Statistik Deskriptif dari <i>Standard Error</i> Menggunakan Transformasi Proporsional dengan p_{x+k}	31
4.15	Taksiran Parameter Transformasi Linear dan <i>Standard Error</i> untuk ($x = 30$ dan $n = 20$) Menggunakan p_{x+k}	31
4.16	Perbandingan Nilai Hampiran $p_{30+k*,1999}$ dengan Nilai Eksak $p_{30+k,2011}$ ($x = 30, n =$ 20) Menggunakan Transformasi Linear dengan p_{x+k}	32
4.17	Taksiran Nilai Paramater α, β dan <i>Standard Error</i> untuk Berbagai Nilai x ($n = 20$) Menggunakan Transformasi Linear dengan p_{x+k}	32
4.18	Statistik Deskriptif dari <i>Standard Error</i> Menggunakan Transformasi Linear dengan p_{x+k}	33
4.19	Perbandingan Nilai Taksiran Parameter dan <i>Standard Error</i> Menggunakan ${}_k p_x$. .	33
4.20	Statistik Deskriptif untuk <i>Standard Error</i> Menggunakan ${}_k p_x$	33
4.21	Perbandingan Nilai Taksiran Parameter dan <i>Standard Error</i> Menggunakan p_{x+k} .	34
4.22	Perbandingan Nilai Taksiran Parameter dan <i>Standard Error</i> Menggunakan p_{x+k} .	34
4.23	Statistik Deskriptif untuk <i>Standard Error</i> Menggunakan p_{x+k}	34
4.24	Perbandingan Peluang Ketahanan Hidup ${}_k p_{30*,1999}$ dengan $x = 30$ dan $n = 20$. . .	35
4.25	Perbandingan $ \%error $ Peluang Ketahanan Hidup ${}_k p_{30*,1999}$ untuk $x = 30$ dan $n = 20$	36

4.26 Statistik Deskriptif $ \%error $ Peluang Ketahanan Hidup ${}_k p_{30^*,1999}$ untuk $x = 30$ dan $n = 20$	36
4.27 Perbandingan Peluang Ketahanan Hidup $p_{30+k^*,1999}$ dengan $x = 30$ dan $n = 20$. .	39
4.28 Perbandingan $ \%error $ Peluang Ketahanan Hidup $p_{30+k^*,1999}$ untuk $x = 30$ dan $n = 20$	40
4.29 Statistik Deskriptif $ \%error $ Peluang Ketahanan Hidup $p_{30+k^*,1999}$ untuk $x = 30$ dan $n = 20$	40
4.30 Perbandingan Taksiran Parameter α dan β	43
4.31 Perbandingan NTA Hampiran dan NTA Eksak	44
4.32 Perbandingan $ \%error $ Besaran-Besaran Aktuaria	44

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

"Jika kita tidak berhasil, maka kita menjalankan risiko kegagalan." Kalimat tersebut berasal dari Wakil Presiden Amerika ke-45 yaitu Albert Arnold Gore Jr. Dalam setiap aspek kehidupan pasti dipenuhi oleh risiko-risiko yang harus dihadapi, kita pun dituntut untuk mengambil setiap keputusan tanpa rasa keputusasaan. Manusia dapat saja mengalami kematian, kecelakaan, sakit, bencana, dan sebagainya di masa yang akan datang. Peristiwa-peristiwa tersebut dapat memberikan dampak finansial. Oleh sebab itu manusia mencari cara untuk mengalihkan risiko finansial yang dapat terjadi, antara lain dengan mengikuti program asuransi.

Seorang kepala keluarga dapat membeli produk asuransi jiwa agar ketika orang tersebut meninggal maka anggota keluarga yang ditinggalkan dapat memperoleh jaminan finansial. Perusahaan asuransi dapat menjamin peserta asuransi dengan memberikan sejumlah uang yang disebut manfaat dari pembayaran yang dilakukan oleh peserta asuransi selama periode yang telah ditentukan yang disebut dengan pembayaran premi. Nilai Tunai Aktuaria yang disingkat NTA merupakan ekpektasi dari nilai tunai yang dibayarkan oleh peserta asuransi. Perusahaan asuransi akan memberikan manfaat berupa uang dari pembayaran yang dilakukan oleh peserta asuransi. Nilai manfaat yang diberikan oleh perusahaan asuransi dalam skripsi ini berjumlah 1 dengan mengasumsikan tidak ada biaya lain yang dikeluarkan oleh perusahaan asuransi.

Perhitungan besaran aktuaria seperti perhitungan nilai tunai aktuaria manfaat dan premi, perhitungan cadangan memerlukan peluang ketahanan hidup. Setiap negara memiliki acuan peluang ketahanan hidup. Di Indonesia digunakan Tabel Mortalita Indonesia (TMI) yang diterbitkan pada tahun 1999 (TMI I), tahun 2007 (TMI II), tahun 2011 (TMI III) dan tahun 2019 (TMI IV). Kendala waktu dan biaya menyebabkan tabel mortalita tidak dapat diterbitkan setiap tahun. Akibatnya ketika menghitung besaran aktuaria pada tahun dimana tabel mortalita tidak diterbitkan menjadi kurang akurat.

Pada skripsi ini akan dibahas metode Transformasi Tingkat Mortalita Linear dan Transformasi Tingkat Mortalita Proporsional yang mengasumsikan tingkat mortalita akan berubah mengikuti transformasi linear atau proporsional. Nilai hampiran tersebut dapat digunakan untuk menghampiri peluang ketahanan hidup pada tahun dimana tabel mortalita tersebut tidak diterbitkan. Kemudian nilai hampiran untuk peluang ketahanan hidup dapat digunakan untuk menghitung nilai tunai aktuaria dari manfaat dan premi. Pada skripsi ini akan dihitung nilai tunai aktuaria (NTA) dari manfaat untuk asuransi jiwa berjangka, *endowment* murni dan dwiguna n -tahun dan NTA dari anuitas jiwa (*life annuity*) n -tahun. Tabel mortalita yang akan digunakan adalah Tabel Mortalita Indonesia. Ada 2 (dua) pendekatan yang dilakukan untuk transformasi yaitu menggunakan ${}_k p_x$ yang berarti nilai peluang ketahanan hidup orang berumur x bertahan hidup hingga k -tahun mendatang dan p_{x+k} yang berarti nilai peluang ketahanan hidup orang berumur $x + k$ bertahan hidup 1 tahun mendatang. Metoda ${}_k p_x$ dapat menghampiri secara langsung periode ${}_k p_x$ yang dituju sedangkan metoda p_{x+k} harus menghampiri nilai untuk setiap k lalu digunakan untuk menghampiri periode ${}_k p_x$ yang dituju. Performansi model diuji dengan membandingkan *standard error* atau prosentase *error* antara nilai hampiran dan nilai eksak.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah yang dibahas dalam skripsi adalah :

1. Bagaimana menaksir nilai parameter dari transformasi tingkat ketahanan hidup proporsional dan transformasi tingkat ketahanan hidup linear dengan menggunakan 2 (dua) pendekatan yaitu menggunakan nilai peluang ketahanan hidup ${}_k p_x$ dan p_{x+k} ?
2. Bagaimana mengaplikasikan nilai peluang ketahanan hidup yang diperoleh untuk menghitung NTA manfaat dan NTA premi untuk asuransi jiwa berjangka, *endowment* murni dan dwiguna n -tahun dan NTA dari anuitas jiwa (*life annuity*) n -tahun?
3. Bagaimana perbandingan performansi dari transformasi linear dan transformasi proporsional?

1.3 Tujuan

Tujuan penulisan skripsi ini adalah :

1. Menaksir nilai parameter dari transformasi tingkat ketahanan hidup proporsional dan transformasi tingkat ketahanan hidup linear dengan menggunakan 2 (dua) pendekatan yaitu menggunakan nilai peluang ketahanan hidup ${}_k p_x$ dan p_{x+k} .
2. Mengaplikasikan nilai peluang ketahanan hidup yang diperoleh untuk menghitung NTA manfaat dan NTA premi untuk asuransi jiwa berjangka, *endowment* murni dan dwiguna n -tahun dan NTA dari anuitas jiwa (*life annuity*) n -tahun.
3. Menganalisa perbandingan performansi dari transformasi linear dan transformasi proporsional.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah yang akan digunakan dalam skripsi ini :

- Transformasi diterapkan pada Tabel Mortalita Indonesia
- Performansi dari model diuji dengan menghitung NTA manfaat dari asuransi jiwa berjangka, *endowment* murni dan dwiguna n -tahun dan NTA dari anuitas jiwa (*life annuity*) n -tahun.
- Manfaat akan dibayarkan oleh perusahaan asuransi pada akhir tahun kematian (asuransi jiwa jenis diskret) dan premi dibayarkan oleh pemegang polis setiap awal tahun (anuitas jiwa awal jenis diskret).
- Transformasi tingkat mortalita digunakan untuk menghitung peluang ketahanan hidup pria untuk yang berumur 30-79 tahun.

1.5 Metodologi

Penelitian ini menggunakan data dari Tabel Mortalita Indonesia I tahun 1999 dan Tabel Mortalita Indonesia II tahun 2011. Untuk proses perhitungan akan digunakan perangkat lunak yaitu *Microsoft Excel* dan *MATLAB* .

1.6 Sistematika Pembahasan

Pembahasan pada skripsi ini terdiri dari lima bab, yaitu:

BAB 1 : Pendahuluan

Pada bab ini akan dibahas latar belakang, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, metodologi, dan sistematika pembahasan.

BAB 2 : Landasan Teori

Pada bab ini akan dibahas berbagai teori yang akan digunakan dalam pengerjaan skripsi.

BAB 3 : Transformasi Tingkat Mortalita Proporsional dan Transformasi Tingkat Mortalita Linear

Pada bab ini akan dibahas Transformasi Tingkat Mortalita Proporsional dan Transformasi Tingkat Mortalita Linear dalam penentuan hampiran peluang ketahanan hidup.

BAB 4 : Simulasi Numerik

Pada bab ini akan dilakukan simulasi numerik untuk menaksir nilai parameter transformasi dan akan diuji transformasi mana yang memiliki performansi yang paling baik.

BAB 5 : Kesimpulan dan Saran

Pada bab ini akan ditarik kesimpulan dari hasil simulasi dan akan direkomendasikan beberapa topik yang dapat dipilih untuk penelitian lebih lanjut.

BAB 2

LANDASAN TEORI

Pada Bab ini akan dibahas berbagai notasi dan berbagai konsep/teori yang akan digunakan untuk pembahasan pada bab berikutnya.

2.1 Fungsi Distribusi dan Fungsi Ketahanan Hidup

Misalkan X adalah peubah acak yang menyatakan usia individu.

- Peluang orang yang baru lahir akan meninggal pada usia kurang dari atau sama dengan x tahun dinyatakan oleh fungsi distribusi [1] dan didefinisikan sebagai berikut:

$$F_X(x) = P(X \leq x), x \geq 0 \quad (2.1)$$

- Peluang orang yang baru lahir akan bertahan hidup pada usia x tahun dinyatakan oleh fungsi ketahanan hidup dan didefinisikan sebagai berikut :

$$S_X(x) = P(X > x) = 1 - F_X(x), x \geq 0. \quad (2.2)$$

Hubungan antara fungsi distribusi dan fungsi ketahanan hidup diberikan oleh persamaan :

$$F_X(x) + S_X(x) = 1. \quad (2.3)$$

Misalkan $T(x)$ adalah peubah acak yang menyatakan sisa masa hidup dari orang berusia x tahun (*future lifetime of (x)*).

$$T(x) = X - x | X > x \quad (2.4)$$

- Peluang orang berusia x tahun akan memiliki sisa hidup kurang atau sama dengan t tahun, dinyatakan oleh fungsi distribusi dari $T(x)$ yang didefinisikan :

$$\begin{aligned} F_{T(x)}(t) &= P(T(x) \leq t) \\ &= P(X - x \leq t | X > x) \\ &= \frac{P(x < X < x + t)}{P(X > x)} \\ &= {}_tq_x. \end{aligned} \quad (2.5)$$

- Peluang orang berusia x tahun akan bertahan hidup lebih dari t tahun dinyatakan oleh fungsi

ketahanan hidup dari $T(x)$ yang didefinisikan :

$$\begin{aligned}
 S_{T(x)}(t) &= P(T(x) > t) \\
 &= P(X - x > t | X > x) \\
 &= \frac{P(X > x + t)}{P(X > x)} \\
 &= {}_t p_x.
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

dari persamaan (2.3) maka dapat diperoleh,

$${}_t q_x + {}_t p_x = 1. \tag{2.7}$$

Tabel mortalita biasanya hanya memuat nilai l_x , yang menyatakan ekspektasi jumlah orang yang berusia x tahun. Maka dapat didefinisikan :

$${}_t p_x = \frac{l_{x+t}}{l_x}$$

dari persamaan (2.7) maka dapat diperoleh,

$$\begin{aligned}
 {}_t q_x &= 1 - {}_t p_x \\
 &= 1 - \frac{l_{x+t}}{l_x} \\
 &= \frac{l_x - l_{x+t}}{l_x}.
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Sisa masa hidup (*future lifetime*) adalah peubah acak bulat (*curtate future lifetime*) yang didefinisikan sebagai :

$$K(x) = \lfloor T(x) \rfloor \tag{2.9}$$

Fungsi massa peluang dari $K(x)$ adalah :

$$\begin{aligned}
 P(K(x) = k) &= P(k \leq T(x) < k + 1) \\
 &= P(k < T(x) \leq k + 1) \\
 &= {}_k p_x - {}_{k+1} p_x \\
 &= {}_k p_x {}_k q_x \\
 &= {}_k | q_x
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

2.2 Tingkat Mortalita

Definisi dari Tingkat Mortalita (*Force of Mortality*) adalah :

$$\begin{aligned}
 \mu_x(t) &= \frac{f_{T(x)}(t)}{S_{T(x)}(t)}, \\
 &= \frac{f_{T(x)}(t)}{{}_t p_x}, \\
 &= -\frac{d}{dt} \ln({}_t p_x),
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

dengan $f_{T(x)}(t) = \frac{d}{dt} F_{T(x)}(t)$ yang disebut fungsi padat peluang dari peubah acak $T(x)$. Dari persamaan (2.11), dapat diperoleh :

$$\begin{aligned}\mu_x(t) &= -\frac{d}{dt} \ln({}_t p_x), \\ -\int_0^t \mu_x(s) ds &= \ln({}_t p_x), \\ \exp\left(-\int_0^t \mu_x(s) ds\right) &= \exp(\ln({}_t p_x)), \\ {}_t p_x &= \exp\left(-\int_0^t \mu_x(s) ds\right).\end{aligned}\tag{2.12}$$

2.3 Asuransi Jiwa

Produk asuransi yang memberi manfaat kepada pemegang polis sebagai pengalihan risiko finansial karena peristiwa kematian disebut asuransi jiwa. Pemegang polis memiliki tanggung jawab berupa pembayaran sejumlah uang yang disebut premi dan sebagai imbalannya perusahaan asuransi akan memberikan sejumlah uang yang disebut manfaat.

Berdasarkan waktu pembayaran manfaat oleh perusahaan asuransi, maka asuransi jiwa dibedakan menjadi 2 (dua) jenis :

- Asuransi jiwa jenis kontinu jika manfaat dibayarkan tepat pada saat kematian.
- Asuransi jiwa jenis diskret jika manfaat dibayarkan pada akhir tahun kematian.

Pada skripsi ini akan dibahas asuransi jiwa berjenis diskret.

2.3.1 Asuransi Jiwa Berjangka n -tahun

Asuransi Jiwa Berjangka n -tahun (*n -year Term Life Insurance*) adalah asuransi jiwa yang pembayaran manfaatnya dilakukan jika pemegang polis meninggal dalam selang waktu n tahun dan apabila pemegang polis bertahan hidup lebih dari n tahun maka manfaat tidak akan dibayarkan. Misalkan asuransi jiwa berjangka n -tahun dengan pembayaran manfaat sebesar 1, maka nilai tunai dari pembayaran manfaat dapat ditulis sebagai berikut :

$$Z = \begin{cases} v^{k+1} & , k = 0, 1, \dots, n-1; \\ 0 & , k = n, n+1, \dots \end{cases}$$

dengan $v = (1+i)^{-1}$ dan i menyatakan tingkat suku bunga per tahun. NTA dari pembayaran manfaat tersebut dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{aligned}A_{x:\overline{n}|}^1 &= E(Z) \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} P(K(x) = k). \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x q_{x+k}.\end{aligned}\tag{2.13}$$

2.3.2 Asuransi Jiwa *Endowment* Murni n -tahun

Asuransi Jiwa *Endowment* Murni n -tahun (*n -year Pure Endowment Life Insurance*) adalah asuransi jiwa yang pembayaran manfaatnya dilakukan jika pemegang polis bertahan hidup dalam n tahun,

sedangkan jika pemegang polis meninggal dalam n tahun maka tidak akan mendapat manfaat. NTA dari manfaat sebesar 1 dari Asuransi Jiwa *Endowment Murni* n -tahun dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$Z = \begin{cases} 0 & , 0 \leq k \leq n; \\ v^n & , k > n. \end{cases}$$

Definisi NTA dari manfaat sebesar 1 dari Asuransi Jiwa *Endowment Murni* n -tahun adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} A_{x:\overline{n}|}^1 &= E(Z) \\ &= \sum_{k=n}^{\infty} v^n {}_k p_x q_{x+k} \\ &= v^n {}_n p_x. \end{aligned} \quad (2.14)$$

2.3.3 Asuransi Jiwa Dwiguna n -tahun

Asuransi Jiwa Dwiguna n -tahun (*n-year Endowment Life Insurance*) adalah gabungan dari Asuransi Jiwa Berjangka dan Asuransi Jiwa *Endowment Murni* dengan manfaat dibayarkan jika pemegang polis meninggal dalam n tahun atau jika bertahan hidup hingga $x + n$ tahun dengan manfaat dibayarkan di akhir tahun ke- n .

Nilai Tunai dari manfaat sebesar 1 dari Asuransi Jiwa Dwiguna n -tahun dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$Z = \begin{cases} v^{k+1} & , k = 0, 1, \dots, n-1; \\ v^n & , k = n, n+1, \dots \end{cases}$$

Definisi NTA dari Asuransi Jiwa Dwiguna n -tahun adalah sebagai berikut :

$$A_{x:\overline{n}|} = A_{x:\overline{n}|}^1 + A_{x:\overline{n}|}. \quad (2.15)$$

2.4 Anuitas

Anuitas didefinisikan sebagai serangkaian pembayaran yang dilakukan dalam selang waktu yang sudah ditentukan [2]. Berdasarkan cara pembayarannya, dibedakan antara anuitas kontinu dan anuitas diskret. Pada skripsi ini akan digunakan anuitas jenis diskret yaitu anuitas yang pembayarannya dilakukan setiap awal atau akhir periode :

- Nilai tunai dari anuitas akhir

$$a_{\overline{n}|} = \frac{1 - v^n}{i}.$$

- Nilai tunai dari anuitas awal

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} = \frac{1 - v^n}{d}.$$

dengan $d = \frac{i}{1+i}$; d disebut tingkat diskon dan i menyatakan tingkat bunga per periode.

Anuitas pasti adalah anuitas yang dilakukan dalam jangka waktu yang pasti, sedangkan anuitas jiwa merupakan anuitas yang jangka waktu pembayarannya tergantung pada hidup atau matinya orang yang membayar. Dalam skripsi ini akan digunakan anuitas jiwa diskret, yang berupa Anuitas Jiwa Berjangka n -tahun.

2.4.1 Anuitas Jiwa Berjangka n -tahun

Anuitas Jiwa Berjangka n -tahun (*n-year Temporary Life Annuity*) merupakan kontrak pembayaran yang dilakukan secara periodik selama peserta anuitas masih hidup dalam jangka waktu n tahun ke depan. Nilai tunai dari Anuitas Jiwa Berjangka n -tahun dapat ditulis sebagai berikut :

$$Y = \begin{cases} \ddot{a}_{\overline{k}|} & , k = 1, 2, \dots, n - 1; \\ \ddot{a}_{\overline{n}|} & , k = n, n + 1, \dots \end{cases}$$

Definisi NTA dari anuitas berjangka n -tahun yang pembayarannya sebesar 1 dan dilakukan setiap awal tahun adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= \sum_{k=0}^{n-1} \ddot{a}_{\overline{k+1}|} P(k(x) = k) + \sum_{k=n}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{n}|} P(k(x) = k) \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} \ddot{a}_{\overline{k+1}|} {}_k p_x q_{x+k} + \ddot{a}_{\overline{n}|} {}_n p_x, \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} v^k {}_k p_x. \end{aligned} \tag{2.16}$$

