

**SKRIPSI**

**ANALISIS MODEL SIR UNTUK PENYEBARAN PENYAKIT  
DEMAM BERDARAH DENGAN FAKTOR IKLIM**



**EVELYNE FEBRINA**

**NPM: 2016710032**

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2020**



**FINAL PROJECT**

**ANALYSIS OF SIR MODEL FOR TRANSMISSION OF  
DENGUE FEVER DISEASE WITH CLIMATE FACTORS**



**EVELYNE FEBRINA**

**NPM: 2016710032**

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2020**



# LEMBAR PENGESAHAN

## ANALISIS MODEL SIR UNTUK PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGAN FAKTOR IKLIM

EVELYNE FEBRINA

NPM: 2016710032

Bandung, 30 Juli 2020

Menyetujui,

Pembimbing

Iwan Sugiarto, M.Si.

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Dr. Benny Yong

Dr. Daniel Salim

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra



## **PERNYATAAN**

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

### **ANALISIS MODEL SIR UNTUK PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGAN FAKTOR IKLIM**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 30 Juli 2020

Meterai Rp. 6000
---------------------

EVELYNE FEBRINA  
NPM: 2016710032





## ABSTRAK

Demam Berdarah *Dengue* (DBD) merupakan penyakit menular yang diakibatkan virus yang dibawa oleh nyamuk *Aedes aegypti* betina. Penularan terjadi karena adanya kontak antara nyamuk dengan manusia. Nyamuk tersebut berperan sebagai medium pembawa (*carrier*) virus *dengue*. Timbulnya penyakit menular yang ditularkan melalui udara, air, dan vektor seperti penyakit demam berdarah dapat terjadi karena adanya perubahan iklim sehingga dapat menjadi faktor risiko terhadap penyebaran penyakit. Pada skripsi ini, akan dibahas sistem dinamik model SIR dari penyebaran penyakit demam berdarah dengan faktor iklim sebagai parameter yang berpengaruh terhadap karakteristik penularan demam berdarah pada populasi tertutup. Populasi manusia dibagi menjadi 3 subpopulasi, yaitu subpopulasi rentan, subpopulasi terinfeksi, dan subpopulasi pulih. Sedangkan populasi nyamuk dibagi menjadi 2 subpopulasi yaitu subpopulasi rentan dan subpopulasi terinfeksi. Model matematika penyebaran penyakit demam berdarah dengan faktor iklim terdiri dari lima persamaan diferensial tak linear yang akan digunakan untuk menentukan titik kesetimbangan, analisis kestabilan titik kesetimbangannya, bilangan reproduksi dasar, dan akan dilakukan simulasi numerik serta analisis sensitivitas untuk mengetahui pengaruh parameter-parameter yang terdapat dalam model tersebut. Untuk menganalisis kestabilan titik kesetimbangan akan digunakan matriks *Jacobian* sedangkan bilangan reproduksi dasar akan ditentukan dengan menggunakan matriks generasi. Bilangan reproduksi dasar dipengaruhi oleh faktor iklim. Jika bilangan reproduksi dasar lebih kecil dari pada satu, maka sistem akan menuju titik kesetimbangan bebas penyakit seiring berjalannya waktu. Sebaliknya jika bilangan reproduksi dasar lebih besar dari pada satu, maka sistem akan menuju titik kesetimbangan endemik. Dari hasil analisis sensitivitas menunjukkan bahwa parameter laju kelahiran/kematian nyamuk dan rata-rata gigitan nyamuk yang berpotensi terinfeksi memiliki dampak lebih besar daripada faktor iklim bagi nilai  $R_0$ . Selain itu, dari hasil analisis kestabilan menunjukkan bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit maupun endemik memiliki sifat kestabilan asimtotik.

**Kata-kata kunci:** Demam berdarah *dengue*, model SIR, titik kesetimbangan, analisis kestabilan, bilangan reproduksi dasar



## ABSTRACT

Dengue Fever is an infectious disease caused by a virus carried by a female *Aedes aegypti* mosquitoes. Transmission occurs because of contact between mosquitoes and humans. The mosquito acts as a carrier medium for *dengue* virus. The emergence of infectious diseases transmitted through air, water, and vectors such as dengue fever can occur due to climate change so that it can be a risk factor for the spread of the disease. In this thesis, we will discuss the dynamic system of the SIR model of the spread of dengue fever with climate factors as influential parameters for the characteristics of dengue transmission in closed populations. The human population is divided into 3 subpopulations, which are susceptible subpopulations, infected subpopulations, and recovered subpopulations. While the mosquito population is divided into 2 subpopulations that are susceptible subpopulations and infected subpopulations. The mathematical model of the spread of dengue with climate factors consists of five non-linear differential equations that will be used to determine the equilibrium point, the stability analysis of the equilibrium point, the basic reproduction number, and will be carried out numerical simulations and sensitivity analysis to look for changes in the parameters provided in the model. To analyze the stability of the equilibrium point, the Jacobian matrix will be used, while the basic reproduction number will be determined using a generation matrix. Basic reproduction numbers are influenced by climate factors. If the basic reproduction number is smaller than one, the system will go to a disease-free equilibrium point. Conversely, if the basic reproduction number is greater than one, the system will go to an endemic equilibrium point. The sensitivity analysis shows that the parameters of the rate of birth / death of mosquitoes and the average bite of a potentially infected mosquito have a greater impact than climate factors on the value of  $R_0$ . In addition, the results of the stability analysis show that the disease-free and endemic equilibrium points have asymptotic stability.

**Keywords:** Dengue fever, SIR model, equilibrium point, stability analysis, basic reproduction number



*Life can only be understood backwards, but it must be lived forwards.*



## KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kepada Tuhan Yesus Kristus atas penyertaan-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini. Skripsi yang berjudul “Analisis Model SIR untuk Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Faktor Iklim” disusun sebagai syarat untuk menyelesaikan studi Strata-I, Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains (FTIS), Universitas Katolik Parahyangan (UNPAR), Bandung. Penulis berharap skripsi ini dapat berguna bagi mahasiswa maupun pembaca lainnya. Selama masa kuliah, penulis mendapat banyak pembelajaran dan pengalaman hidup dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

- Mami yang selalu mendukung dalam segala keadaan.
- Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. selaku Dosen Pembimbing, atas tenaga, waktu, dan pikiran yang diberikan kepada penulis untuk menyelesaikan perkuliahan, memberikan saran, arahan, serta didikan yang bermanfaat bagi penulis sehingga penulis mampu menyelesaikan skripsi dan studi dengan baik.
- Bapak Taufik Limansyah, M.T. selaku Dosen Wali yang memberikan arahan selama perkuliahan.
- Bapak Dr. Benny Yong dan Bapak Dr. Daniel Salim selaku Dosen Penguji, atas waktu dan saran yang diberikan untuk penulis dalam perbaikan dan pengembangan skripsi ini.
- Seluruh Dosen, Staf Tata Usaha, Pekarya di FTIS.
- Teman – teman angkatan 2016
- Teman – teman lain yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Bandung, Juli 2020

Penulis





# DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xix</b>
<b>DAFTAR TABEL</b>	<b>xxi</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Tujuan . . . . .	2
1.4 Sistematika Pembahasan . . . . .	2
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	<b>5</b>
2.1 Demam Berdarah . . . . .	5
2.2 Persamaan Diferensial . . . . .	5
2.3 Kestabilan Sistem Persamaan Diferensial . . . . .	6
2.4 Pelinearan Sistem Persamaan Diferensial Tak Linear Menggunakan Matriks Jacobian	7
2.5 Model SIR( <i>Susceptible-Infected-Recovered</i> ) . . . . .	7
2.6 Menentukan Bilangan Reproduksi Dasar dan Matriks Generasi . . . . .	9
2.7 Kriteria Kestabilan Routh-Hurwitz . . . . .	10
2.8 Analisis Sensitivitas Bilangan Reproduksi Dasar . . . . .	11
<b>3 MODEL PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGAN FAKTOR IKLIM</b>	<b>13</b>
3.1 Model Matematika . . . . .	13
3.2 Titik Keseimbangan Sistem . . . . .	16
3.3 Bilangan Reproduksi Dasar . . . . .	21
3.4 Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan Sistem . . . . .	23
<b>4 SIMULASI NUMERIK DAN ANALISIS SENSITIVITAS</b>	<b>31</b>
4.1 Simulasi Numerik untuk Titik Keseimbangan Bebas Penyakit . . . . .	31
4.2 Simulasi Numerik untuk Titik Keseimbangan Endemik . . . . .	32
4.3 Analisis Sensitivitas pada Bilangan Reproduksi Dasar . . . . .	34
<b>5 KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>37</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	37
5.2 Saran . . . . .	37
<b>DAFTAR REFERENSI</b>	<b>39</b>



## DAFTAR GAMBAR

2.1	Alur Penyebaran Penyakit Model <i>SIR</i> . . . . .	8
3.1	Skema Kompartemen Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Faktor Iklim	14
4.1	Grafik Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Faktor Iklim pada Kondisi Bebas Penyakit . . . . .	32
4.2	Grafik Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Faktor Iklim pada Kondisi Endemik . . . . .	33



## DAFTAR TABEL

2.1	Jenis Kestabilan . . . . .	7
4.1	Deskripsi dan Nilai Estimasi Parameter untuk Kondisi Bebas Penyakit . . . . .	31
4.2	Deskripsi dan Nilai Estimasi Parameter untuk Kondisi Endemik . . . . .	33
4.3	Indeks Sensitivitas terhadap Parameter pada Model Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Faktor Iklim ketika $R_0 < 1$ . . . . .	35
4.4	Indeks Sensitivitas terhadap Parameter pada Model Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Faktor Iklim ketika $R_0 > 1$ . . . . .	35



# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Indonesia memiliki hutan yang menduduki urutan ketiga terluas di dunia. Hutan di Indonesia umumnya adalah hutan hujan tropis yang merupakan hutan dengan pohon tinggi dan iklim yang hangat. Selain itu, hutan hujan tropis biasanya memiliki curah hujan yang tinggi. Dengan iklim seperti itu, wilayah Indonesia merupakan salah satu negara di wilayah khatulistiwa yang sangat mendukung bagi pertumbuhan dan perkembangan berbagai flora dan fauna. Misalnya perkebangbiakan nyamuk dapat mengalami peningkatan. Penyakit yang ditularkan melalui nyamuk seperti demam berdarah dengue (DBD) tersebar di seluruh Indonesia dan merupakan salah satu masalah utama kesehatan. Sejak tahun 1968 hingga 2009, Organisasi Kesehatan Dunia atau *World Health Organization* (WHO) mencatat Indonesia merupakan negara dengan kasus demam berdarah tertinggi se-Asia Tenggara [1].

Penyakit demam berdarah ditularkan melalui gigitan nyamuk *Aedes aegypti* betina yang terinfeksi *Dengue Virus* (DENV). Nyamuk *Aedes aegypti* jantan hanya makan dari buah, sedangkan nyamuk *Aedes aegypti* betina selain makan dari buah, juga menghisap darah manusia untuk perkembangan telurnya. Penularan terjadi ketika adanya kontak antara nyamuk dan manusia. Nyamuk yang terinfeksi virus *dengue* menghisap darah manusia sehat. Virus yang masuk ke dalam tubuh manusia selanjutnya akan beredar dalam sirkulasi darah untuk mulai menginfeksi sel-sel tubuh yang sehat sampai timbul gejala demam. Nyamuk juga dapat tertular virus *dengue* dari manusia sehat. Nyamuk *Aedes aegypti* betina yang belum terinfeksi dapat tertular virus *dengue* jika nyamuk tersebut menghisap darah manusia yang sedang dalam periode *viraemia*. Periode *viraemia* adalah kondisi akibat adanya kadar virus yang tinggi dalam tubuh (demam akut). Virus yang masuk ke dalam tubuh nyamuk tersebut akan berkembang biak selama 8-12 hari sehingga virus aktif dan dapat mulai menginfeksi manusia lewat gigitannya [3].

Timbulnya penyakit menular yang ditularkan melalui udara, air, dan vektor seperti penyakit demam berdarah dapat terjadi karena adanya perubahan iklim. Perubahan iklim yang terjadi dapat berupa peningkatan suhu, kelembaban, peningkatan curah hujan yang menjadi faktor risiko terhadap derajat kesehatan masyarakat. Iklim berperan sangat penting dalam memberikan lingkungan yang kondusif untuk nyamuk berkembang, terutama di awal masa perkembangan nyamuk. Tingkat penyebaran virus diperkirakan mengalami peningkatan pada peralihan musim yang ditandai oleh curah hujan dan suhu udara yang tinggi. Hal ini dikarenakan banyak genangan air dimana nyamuk dapat berkembang biak.

Pada skripsi ini, model matematika penularan penyakit demam berdarah dengan memasukkan faktor iklim sebagai parameter yang berpengaruh terhadap model akan dianalisis untuk mengetahui bagaimana pengaruh faktor iklim terhadap penyebaran penyakit demam berdarah [2]. Model matematika yang digunakan adalah model SIR (*Susceptible, Infected, Recovered*) karena sering digunakan dengan persamaan diferensial dan dapat memprediksi bagaimana suatu penyakit menyebar, jumlah total kompartemen yang terinfeksi penyakit, lamanya waktu epidemik, dan lain-lain. Dengan model ini populasi manusia dibagi menjadi 3 subpopulasi yaitu subpopulasi rentan, subpopulasi terinfeksi, dan subpopulasi pulih. Populasi nyamuk dibagi menjadi 2 subpopulasi yaitu subpopulasi rentan

dan subpopulasi terinfeksi. Dari model tersebut akan ditentukan titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, dan akan dilakukan simulasi numerik serta analisis sensitivitas untuk mengetahui pengaruh faktor iklim terhadap penyebaran penyakit demam berdarah.

## 1.2 Rumusan Masalah

Masalah - masalah yang dibahas pada skripsi ini adalah:

1. Bagaimana model kompartemen populasi manusia dan populasi nyamuk pada model penyebaran penyakit demam berdarah dengan adanya faktor iklim?
2. Bagaimana analisis kestabilan dari titik kesetimbangan model matematika penyebaran penyakit demam berdarah dengan adanya faktor iklim?
3. Bagaimana menentukan bilangan reproduksi dasar pada model matematika penyebaran penyakit demam berdarah dengan adanya faktor iklim menggunakan metode matriks generasi?
4. Parameter apakah yang paling berpengaruh pada model matematika penyebaran penyakit demam berdarah dengan faktor iklim melalui analisis sensitivitas terhadap bilangan reproduksi dasar?

## 1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Menyajikan model kompartemen populasi manusia dan populasi nyamuk pada model penyebaran penyakit demam berdarah dengan faktor iklim.
2. Menganalisis kestabilan dari titik kesetimbangan model penyebaran penyakit demam berdarah dengan faktor iklim.
3. Menentukan bilangan reproduksi dasar pada model matematika penyebaran penyakit demam berdarah dengan adanya faktor iklim dengan metode matriks generasi.
4. Menentukan parameter yang paling berpengaruh pada model matematika penyebaran penyakit demam berdarah dengan faktor iklim melalui analisis sensitivitas terhadap bilangan reproduksi dasar.

## 1.4 Sistematika Pembahasan

Sistematika penulisan pada skripsi ini terdiri dari 5 bab, yaitu:

### 1. Bab 1: Pendahuluan

Bab ini berisi latar belakang masalah, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah, dan sistematika penulisan.

### 2. Bab 2: Landasan Teori

Bab ini membahas teori-teori pendukung yang akan digunakan dalam menganalisis model penyebaran penyakit demam berdarah dengan faktor iklim, seperti persamaan diferensial, sistem persamaan diferensial, linearisasi persamaan diferensial, titik kesetimbangan, analisis kestabilan titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, kriteria *Routh-Hurwitz*, matriks generasi.



---

**3. Bab 3: Model Matematika Penyebaran Penyakit Demam Berdarah dengan Faktor Iklim**

Bab ini membahas model kompartemen penyebaran penyakit demam berdarah dengan faktor iklim, mencari titik kesetimbangan dan menganalisis kestabilannya, dan mencari bilangan reproduksi dasar dari model tersebut.

**4. Bab 4: Simulasi Numerik**

Bab ini membahas simulasi numerik model penyebaran penyakit demam berdarah dengan adanya faktor iklim.

**5. Bab 5: Kesimpulan dan Saran**

Bab ini berisi kesimpulan dari pembahasan bab - bab sebelumnya dan saran untuk pengembangan selanjutnya.

