

**TUGAS AKHIR**

**EFEK BANADOS-SILK-WEST UNTUK DUA PARTIKEL GEODESIK DI  
RUANGWAKTU KERR-NEWMAN-TAUB-NUT DENGAN BATASAN  
GEODESIK EKUATORIAL**



**DELVYDO MELVERNALDO**

**NPM: 2016720007**

**PROGRAM STUDI FISIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2019**



FINAL PROJECT

BANADOS-SILK-WEST EFFECT FOR TWO GEODESIC PARTICLES IN  
KERR-NEWMAN-TAUB-NUT SPACETIME WITH EQUATORIAL  
GEODESICS CONSTRAINTS



DELVYDO MELVERNALDO

NPM: 2016720007

DEPARTMENT OF PHYSICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2019



# LEMBAR PENGESAHAN

## EFEK BANADOS-SILK-WEST UNTUK DUA PARTIKEL GEODESIK DI RUANGWAKTU KERR-NEWMAN-TAUB-NUT DENGAN BATASAN GEODESIK EKUATORIAL

DELVYDO MELVERNALDO

NPM: 2016720007

Bandung, 30 Juli 2020

Menyetujui,

Pembimbing



Haryanto Siahaan, Ph.D.

Ketua Tim Penguji



Reinard Primulando, Ph.D.

Anggota Tim Penguji



Flaviana, M.T.

Mengetahui,

Ketua Program Studi



Reinard Primulando, Ph.D.



## PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa tugas akhir dengan judul:

### **EFEK BANADOS-SILK-WEST UNTUK DUA PARTIKEL GEODESIK DI RUANGWAKTU KERR-NEWMAN-TAUB-NUT DENGAN BATASAN GEODESIK EKUATORIAL**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 30 Juli 2020



DELVYDO MELVERNALDO  
NPM: 2016720007



## **ABSTRAK**

Dalam makalah ilmiah yang menelaah efek Banados-Silk-West untuk dua partikel geodesik di ruangwaktu Kerr-Newman-Taub-NUT, penulis membahas kasus khusus untuk tumbukkan di bidang ekuator tanpa menerapkan batasan geodesik ekuatorial. Dalam tugas akhir ini, diterapkan batasan geodesik ekuatorial dan didapatkan bahwa efek Banados-Silk-West tidak dapat dicapai dengan batasan tersebut. Efek Banados-Silk-West dengan sudut azimuth konstan lainnya ditelaah secara numerik.

**Kata-kata kunci:** lubang hitam Kerr-Newman-Taub-NUT, efek Banados-Silk-West, geodesik ekuatorial



## ABSTRACT

In a paper that investigated Banados-Silk-West effect for two geodesic particles in Kerr-Newman-Taub-NUT spacetime, the authors discussed a special case for collisions in the equatorial plane without applying equatorial geodesics constraints. In this final project, equatorial geodesics constraints are applied and it is found that Banados-Silk-West effect can't be achieved with said constraints in place. Banados-Silk-West effect for other constant azimuthal angle is investigated numerically.

**Keywords:** Kerr-Newman-Taub-NUT black hole, Banados-Silk-West effect, equatorial geodesic



*To humanity.*

*To nudge our collective  
understanding line to its limit.*



## KATA PENGANTAR

Penulisan tugas akhir ini tidak akan dapat terselesaikan pada waktunya tanpa dukungan dari banyak pihak. Segala dukungan, pengertian, dan kepercayaan yang diberikan kepada penulis telah menjadi bahan bakar utama untuk menyelesaikan tulisan tugas akhir ini. Penulis hendak menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

- Bapak Lendra dan Ibu Christina Villiawati atas dukungan tanpa syarat yang terus diberikan sejak lahir, saat penulis membuat keputusan yang dapat dipertanyakan, dan hingga akhirnya lulus dari perguruan tinggi.
- Bapak Haryanto M. Siahaan, Ph.D. sebagai pembimbing penulis atas bantuan dalam penulisan tugas akhir ini dan juga atas dukungan moril yang diberikan sebagai sesama manusia.
- Bapak Reinard Primulando, Ph.D. dan Ibu Flaviana, M.T. atas ketersediaan dan waktunya untuk menjadi penguji dalam sidang tugas akhir ini serta saran dan masukan yang diberikan.
- Bapak Janto Vincent Sulungbudi, S.Si. atas bimbingan dan bantuannya di sisi administrasi selaku koordinator mata kuliah tugas akhir.
- Para dosen fisika, Bapak Prof. B. Suprpto Brotosiswojo, Ph.D., Bapak Aloysius Rusli, Ph.D., Ibu Sylvia Hastuti Sutanto, Ph.D., Bapak Kian Ming, M.Si., Ibu Risti Suryantari, M.Sc., Bapak Philips Nicolas Gunawidjaja, Ph.D., dan Bapak Paulus Cahyono Tjiang, Ph.D. atas ilmu dan bimbingan yang telah diberikan selama masa perkuliahan yang ditempuh oleh penulis.
- Sahabatku, Tita Maria atas dukungannya yang tak hentinya diberikan selama proses penulisan tugas akhir berlangsung.

Tentunya rasa terima kasih penulis juga sampaikan kepada pihak-pihak yang secara tidak langsung membuat tulisan tugas akhir menjadi mungkin dan tidak dapat penulis sebutkan satu per satu.

Bandung, Juli 2020

Penulis



# DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xix</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang Masalah . . . . .	1
1.2 Metode Penelitian . . . . .	1
1.3 Tujuan Penulisan . . . . .	2
1.4 Batasan Masalah . . . . .	2
1.5 Sistematika Penulisan . . . . .	2
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	<b>3</b>
2.1 Geometri Kerr-Newman-Taub-NUT (KNTN) . . . . .	3
2.2 Efek BSW di Geometri KNTN . . . . .	5
2.2.1 Persamaan Gerak di Geometri KNTN . . . . .	5
2.2.2 Energi Pusat Massa 2 Partikel Netral di Geometri KNTN . . . . .	7
2.2.3 Tumbukkan di Dekat Horizon Lubang Hitam KNTN . . . . .	8
<b>3 EFEK BSW DI GEOMETRI KNTN DENGAN SUDUT <math>\theta</math> KONSTAN</b>	<b>13</b>
3.1 Geodesik Ekuatorial . . . . .	13
3.1.1 Batasan Percepatan dan Kecepatan Sudut $\theta$ . . . . .	13
3.2 Energi Pusat Massa Saat Tumbukkan di Dekat Horizon . . . . .	13
3.3 Geodesik Dengan Sudut $\theta$ Konstan . . . . .	14
3.3.1 Batasan Percepatan dan Kecepatan Sudut $\theta$ . . . . .	14
3.3.2 Energi Pusat Massa Saat Tumbukkan di Dekat Horizon . . . . .	17
<b>4 KESIMPULAN</b>	<b>21</b>
<b>DAFTAR REFERENSI</b>	<b>23</b>
<b>A KODING MAPLE UNTUK METRIK KERR-NEWMAN-TAUB-NUT</b>	<b>25</b>
<b>B NILAI <i>Curvature Invariant</i> SKALAR KRETSCHMANN</b>	<b>33</b>
<b>C KODE PYTHON UNTUK PLOT ENERGI PUSAT MASSA DENGAN SUDUT AZIMUT KONSTAN</b>	<b>35</b>



## DAFTAR GAMBAR

2.1	Energi pusat massa $E_{cm}$ untuk dua partikel dengan energi $E_1 = E_2 = 1$ dekat horizon luar di bidang ekuatorial lubang hitam KNTN <i>non-extremal</i> . Digunakan parameter $M = 1$ , $m_1 = m_2 = 1$ , $a = 0.8$ , $n = 0.4$ , dan $Q = 0.7211$ . Garis vertikal menandakan horizon luar $r_+$ lubang hitam. . . . .	9
2.2	Energi pusat massa $E_{cm}$ untuk dua partikel dengan energi $E_1 = E_2 = 1$ dekat horizon dalam di bidang ekuatorial lubang hitam KNTN <i>non-extremal</i> . Digunakan parameter $M = 2$ , $m_1 = m_2 = 1$ , $a = 1.8$ , $n = 0.1$ , dan $Q = 0.6$ . Garis vertikal menandakan horizon luar $r_+$ dan horizon dalam $r_-$ lubang hitam. . . . .	10
2.3	Energi pusat massa $E_{cm}$ untuk dua partikel dengan energi $E_1 = E_2 = 1$ dekat di bidang ekuatorial lubang hitam KNTN <i>extremal</i> . Digunakan parameter $M = 1$ , $m_1 = m_2 = 1$ , $L_1 = -1$ , dan $L_2 = \hat{L}$ . Garis vertikal menandakan horizon $r = M$ lubang hitam. . . . .	11
3.1	Grafik energi pusat massa $E_{cm} _{r \rightarrow r_+}$ sebagai fungsi dari energi spesifik $E_2$ di bidang ekuatorial lubang hitam KNTN <i>non-extremal</i> . Digunakan parameter $M = 1$ , $m_1 = m_2 = 1$ , $a = 0.8$ , $n = 0.4$ , dan $Q = 0.7211$ . Tidak terlihat adanya efek BSW untuk partikel yang jatuh dari tak hingga ( $E \geq 1$ ). . . . .	15
3.2	Grafik energi pusat massa $E_{cm}$ untuk dua partikel dengan geodesik ekuatorial di sekitar lubang hitam KNTN <i>non-extremal</i> . Digunakan parameter $M = 1$ , $m_1 = m_2 = 1$ , $a = 0.8$ , $n = 0.4$ , dan $Q = 0.7211$ . . . . .	15
3.3	Grafik energi pusat massa $E_{cm}$ untuk dua partikel dengan geodesik ekuatorial di sekitar lubang hitam KNTN <i>non-extremal</i> . Digunakan parameter $M = 2$ , $m_1 = m_2 = 1$ , $a = 1.8$ , $n = 0.1$ , dan $Q = 0.6$ . . . . .	16
3.4	Grafik energi pusat massa $E_{cm}$ untuk dua partikel dengan geodesik ekuatorial di sekitar lubang hitam KNTN <i>extremal</i> . Digunakan parameter $M = 1$ , $m_1 = m_2 = 1$ , $E_1 = 1$ , dan $E_2 = 4$ . . . . .	16
3.5	Energi pusat massa $E_{cm}$ untuk dua partikel dengan geodesik sudut $\theta$ konstan di sekitar lubang hitam KNTN <i>non-extremal</i> . Digunakan parameter $M = 1$ , $m_1 = m_2 = 1$ , $a = 0.8$ , $n = 0.4$ , $Q = 0.7211$ , $E_1 = 1$ , dan $E_2 = \tilde{E}_{BSW_+}$ . $\tilde{E}_{BSW_+} \in \mathbb{R}$ untuk $1.841 \leq \theta \leq 1.893$ . . . . .	18
3.6	Energi pusat massa $E_{cm}$ untuk dua partikel dengan geodesik sudut $\theta$ konstan di sekitar lubang hitam KNTN <i>non-extremal</i> . Digunakan parameter $M = 2$ , $m_1 = m_2 = 1$ , $a = 1.8$ , $n = 0.1$ , $Q = 0.6$ , $E_1 = 1$ , dan $E_2 = \tilde{E}_{BSW_-}$ . $\tilde{E}_{BSW_-} \in \mathbb{R}$ untuk $1.615 \leq \theta \leq 1.626$ . . . . .	18
3.7	Energi pusat massa $E_{cm}$ untuk dua partikel dengan geodesik sudut $\theta$ konstan di sekitar lubang hitam KNTN <i>extremal</i> . Digunakan parameter $M = 1$ , $m_1 = m_2 = 1$ , $n = \sqrt{0.2836}$ , $a = 1.06$ , $Q = 0.4$ , $E_1 = 1$ , dan $E_2 = \tilde{E}_{BSW}$ . $\tilde{E}_{BSW} \in \mathbb{R}$ untuk $1.909 \leq \theta \leq 1.991$ . . . . .	19
3.8	Energi pusat massa $E_{cm}$ untuk dua partikel dengan geodesik sudut $\theta$ konstan di sekitar lubang hitam KNTN <i>non-extremal</i> . Digunakan parameter $M = 1.5$ , $m_1 = m_2 = 1$ , $n = 0.5$ , $a = 1.3$ , $Q = 0.88$ , $E_1 = 2$ , dan $E_2 = \tilde{E}_{BSW_+}$ . $\tilde{E}_{BSW_+} \in \mathbb{R}$ untuk $1.775 \leq \theta \leq 1.804$ . . . . .	20

3.9	Energi pusat massa $E_{cm}$ untuk dua partikel dengan geodesik sudut $\theta$ konstan di sekitar lubang hitam KNTN non- <i>extremal</i> . Digunakan parameter $M = 2$ , $m_1 = m_2 = 1$ , $n = 0.25$ , $a = 1.85$ , $Q = 0.788$ , $E_1 = 2$ , dan $E_2 = \tilde{E}_{BSW_+} \cdot \tilde{E}_{BSW_+} \in \mathbb{R}$ untuk $1.652 \leq \theta \leq 1.666$ . . . . .	20
-----	---	----

# BAB 1

## PENDAHULUAN

Teori relativitas umum Einstein menyatakan bahwa gravitasi bukanlah sebuah gaya, tetapi merupakan manifestasi dari lengkungan ruang-waktu dan objek yang berada di dalam ruang-waktu hanya bergerak mengikuti lengkungan tersebut. Sebagaimana ruang-waktu mendikte gerakan objek, segala objek yang memiliki energi mendikte lengkungan ruang-waktu. Lubang hitam adalah satu kondisi ekstrim dari fenomena ini dimana lengkungan ruang-waktu begitu drastis, masa depan yang dapat ditempuh di dalam *event horizon* lubang hitam hanyalah menuju singularitas, pusat dari lubang hitam.

Dalam pembahasan ini, digunakan metrik Kerr-Newman-Taub-NUT, yaitu metrik ruang-waktu di sekitar lubang hitam yang berputar, bermuatan listrik, dan memiliki parameter NUT. Sejauh ini masih belum ada pandangan fisis yang jelas mengenai parameter NUT, beberapa publikasi menginterpretasi parameter NUT sebagai *gravitomagnetic monopole charge* dan ada yang mendapat kesimpulan bahwa parameter NUT adalah *twist parameter* dari medan elektromagnetik di sekitar lubang hitam. [1,2]

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Pada tahun 2009, Maximo Banados, Joseph Silk, dan Stephen M. West (BSW) menerbitkan makalah ilmiah yang membahas lubang hitam Kerr (lubang hitam yang berputar) dapat digunakan sebagai partikel akselerator. Mereka menemukan bahwa ketika dua partikel geodesik yang jatuh bebas ke lubang hitam Kerr dengan momentum sudut tertentu, energi pusat massa dari kedua partikel geodesik tersebut dapat meledak ke tak hingga ketika partikel-partikel tersebut mendekati *event horizon* lubang hitam Kerr. Efek ini akan disebut sebagai efek BSW dalam penelitian ini. [3]

Pada tahun 2015, Ayesha Zakria dan Mubasher Jamil [4] menerbitkan makalah ilmiah yang membahas efek yang sama untuk lubang hitam Kerr-Newman-Taub-NUT (KNTN). Referensi ini melihat efek BSW pada tumbukan dua partikel di dekat *event horizon* di bidang ekuatorial lubang hitam KNTN tanpa menerapkan batasan gerakan ekuatorial. Namun, [4] memberikan plot energi pusat massa pada bidang ekuatorial tanpa menggunakan batasan yang memastikan partikel geodesik akan tetap berada di dalam bidang ekuator tersebut.

Penelitian tugas akhir ini akan membahas kembali efek BSW ini di sekitar lubang hitam Kerr-Newman-Taub-NUT (KNTN) dengan batasan tambahan yaitu memastikan partikel geodesik tidak memiliki percepatan ke arah luar bidang ekuatorial sehingga partikel geodesik akan tetap berada di dalam bidang ekuator. Akan digunakan persamaan gerak partikel geodesik dan persamaan energi pusat massa yang didapatkan di [4].

### 1.2 Metode Penelitian

Penelitian tugas akhir ini berupa tinjauan pustaka atau pembahasan jurnal karena penelitian ini bersifat teoritis. Geometri Kerr-Newman-Taub-NUT (KNTN), dan efek BSW di geometri KNTN adalah tinjauan ulang dari referensi [3–7]. Digunakan juga buku [8–11] dan tulisan tugas akhir [12]

sebagai referensi dan sumber inspirasi. Pembahasan mengenai batasan percepatan ke arah luar bidang ekuatorial serta dampaknya terhadap efek BSW adalah pekerjaan orisinal penulis.

### 1.3 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah menyampaikan kembali geometri Kerr-Newman-Taub-NUT, efek BSW di geometri KNTN berdasarkan referensi [4], serta mencoba menerapkan batasan percepatan partikel geodesik ke arah luar bidang geodesik dan melihat dampaknya terhadap efek BSW.

### 1.4 Batasan Masalah

Batasan-batasan yang diterapkan dalam penulisan tugas akhir ini yaitu:

1. Partikel yang ditinjau adalah partikel netral geodesik berada di sekitar lubang hitam Kerr-Newman-Taub-NUT, tidak merubah struktur ruangwaktu, dan tidak memiliki percepatan ke arah luar bidang ekuator
2. Dua partikel yang ditinjau dalam efek BSW jatuh bebas dari tak hingga
3. Digunakan satuan dimana  $G = c = 1$
4. Digunakan satuan Gaussian-cgs dimana  $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi}$  dan  $\mu_0 = 4\pi$

### 1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada tugas akhir ini, terdiri dari :

1. **Bab 1:** Pendahuluan, menjelaskan mengenai latar belakang masalah, metode penelitian, tujuan penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan.
2. **Bab 2:** Landasan Teori, berisi tentang geometri Kerr-Newman-Taub-NUT (KNTN) dan efek BSW di geometri KNTN.
3. **Bab 3:** Penerapan Batasan Percepatan Partikel Geodesik di Bidang Ekuatorial Lubang Hitam KNTN, membahas penerapan batasan tersebut dan dampaknya terhadap efek BSW.
4. **Bab 4:** Kesimpulan, membahas kesimpulan dari penelitian yang telah dilakukan dalam tugas akhir ini.