

SKRIPSI

**ANALISIS METODE *SAMPLE AVERAGE*
APPROXIMATION DAN *PERFORMANCE-BASED*
REGULARIZATION DALAM MENYELESAIKAN MASALAH
OPTIMASI PORTOFOLIO**



Jessica Christina Tejamulya

NPM: 2016710005

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2019**

FINAL PROJECT

**ANALYSIS OF SAMPLE AVERAGE APPROXIMATION AND
PERFORMANCE-BASED REGULARIZATION METHOD IN
SOLVING PORTFOLIO OPTIMIZATION PROBLEMS**



Jessica Christina Tejamulya

NPM: 2016710005

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2019**

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISIS METODE *SAMPLE AVERAGE APPROXIMATION* DAN *PERFORMANCE-BASED REGULARIZATION* DALAM MENYELESAIKAN MASALAH OPTIMASI PORTOFOLIO

Jessica Christina Tejamulya

NPM: 2016710005

Bandung, 19 Desember 2019

Menyetujui,

Pembimbing Utama

Pembimbing Pendamping

Liem Chin, M.Si.

Maria Anestasia, M.Si., MActSc

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Taufik Limansyah, M.T.

Farah Kristiani, M.Si.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

**ANALISIS METODE *SAMPLE AVERAGE APPROXIMATION* DAN
PERFORMANCE-BASED REGULARIZATION DALAM
MENYELESAIKAN MASALAH OPTIMASI PORTOFOLIO**

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 19 Desember 2019

Meterai Rp. 6000

Jessica Christina Tejamulya
NPM: 2016710005

ABSTRAK

Investasi dalam bidang saham saat ini banyak digemari karena dapat memberikan *return rate* (tingkat pengembalian) yang cukup tinggi. Namun demikian, dalam berinvestasi juga terdapat risiko karena adanya ketidakpastian *return rate* yang akan didapatkan. Strategi yang umum digunakan untuk meminimumkan risiko adalah diversifikasi yang menghasilkan sebuah portofolio. Dalam skripsi ini akan dibahas mengenai meminimumkan risiko portofolio dengan Model *Mean-Variance* yang menyertakan asumsi tidak adanya biaya transaksi serta diperbolehkan adanya *short-selling*. Pada model ini, ekspektasi dan variansi *return rate* setiap aset pada portofolionya dihitung menggunakan metode *Sample Average Approximation* (SAA). Namun demikian, solusi yang dihasilkan dari metode SAA kurang dapat diandalkan apabila data yang dimiliki terbatas. Untuk mengatasi kekurangan dari metode tersebut, akan digunakan metode dalam *machine learning* yaitu regularisasi (*regularization*). Pada awal, akan dikenalkan metode *Performance-Based Regularization* (PBR) pada Model *Mean-Variance*. Ide metode ini adalah membatasi variansi sampel estimasi risiko dan *return rate* portofolio. Selanjutnya, untuk mengkalibrasi parameter yang membatasi galat dari fungsi objektif, akan digunakan algoritma *Performance-Based k-fold Cross-Validation*. Terakhir, metode PBR dan SAA ini diterapkan pada portofolio-portofolio saham yang ada di Indonesia. Kinerja portofolio-portofolio ini dibandingkan dengan menggunakan ukuran *Sharpe ratio*. Hasil perhitungan pada kumpulan data mingguan menunjukkan bahwa PBR cukup baik dalam memperbaiki metode SAA karena memiliki *Sharpe ratio* yang lebih besar. Sedangkan pada kumpulan data harian dan bulanan, PBR tidak lebih baik dari SAA pada target *return rate* tertentu.

Kata-kata kunci: Optimasi Portofolio, *Sample Average Approximation*, *Performance-Based Regularization*, *Cross-Validation*, *Machine Learning*, Model *Mean-Variance*

ABSTRACT

Investments in stock are currently popular because of their moderately high return rate. However, there are risks in every investment caused by the uncertainty of the return rate. One of the widely used strategies to minimize risk is diversification, which leads to a portfolio. This final project will consider minimizing portfolio risk with a Mean-Variance Model that involves the assumption of no transaction costs and permits short-selling. In this model, the expectation and variance of the return rate of each asset in its portfolio are calculated using the Sample Average Approximation method (SAA). However, solutions resulting from the SAA method are less reliable if the data held is limited. To address this, the method in machine learning, named regularization, will be adapted. First, the Performance-Based Regularization method (PBR) will be introduced in the Mean-Variance Model. The idea of this method is to constrain the sample variances of the estimated portfolio risk and return rate. Furthermore, To calibrate the parameter which controls the error of the objective function, the Performance-Based k-fold Cross-Validation algorithm will be applied. Last, the PBR and SAA methods are applied to stock portfolios in Indonesia. The performance of these portfolios is compared using the Sharpe ratio measure. The calculations result on weekly data sets show that PBR is much improving the SAA method because it has a higher Sharpe ratio. Whereas in the daily and monthly data sets, PBR is not always better than SAA at a certain return rate targets.

Keywords: Portfolio Optimization, Sample Average Approximation, Performance-Based Regularization, Cross-Validation, Machine Learning, Mean-Variance Model

teruntuk papi mami tersayang dan kamu . . .

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa karena atas berkat dan rahmat-Nya, penulis tetap sehat dan dapat menyelesaikan skripsi ini dengan baik dan tepat waktu. Skripsi dengan judul "Analisis Metode *Sample Average Approximation* dan *Performance-Based Regularization* dalam Menyelesaikan Masalah Optimasi Portofolio" ini dibuat sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan studi di Strata-1 Program Studi Matematika, Universitas Katolik Parahyangan Bandung. Pada kesempatan ini, penulis ingin menyampaikan ucapan terimakasih kepada pihak-pihak yang telah membantu penulis selama proses perkuliahan dan penyusunan skripsi ini, diantaranya :

- Papi, Mami, Angel, dan Rayen yang selalu mendoakan, mendukung, dan memotivasi penulis selama proses perkuliahan hingga tersusunnya skripsi ini.
- Bapak Liem Chin, M.Si. dan Ibu Maria Anastasia, M.Si., MActSc selaku dosen pembimbing yang telah memberikan bantuan, nasihat, serta saran selama proses penulisan skripsi ini.
- Bapak Taufik Limansyah, M.T. dan Ibu Farah Kristiani, M.Si. selaku dosen penguji yang telah meluangkan waktu untuk menguji penulis, serta memberikan kritik, saran, dan masukan untuk skripsi ini.
- Seluruh dosen, tata usaha, dan prakarya FTIS yang memberikan dukungan dan bantuan selama penulis menjalani perkuliahan dan proses penulisan skripsi.
- Sahabat-sahabat *Cherry Amour*: Vheren, Laureen, dan Alma yang telah menemani penulis selama masa perkuliahan dan membuat proses penulisan skripsi ini lebih cerah.
- Teman-teman seperjuangan seminar dan skripsi dari *Math'16*: Gresel dan Enti yang telah memotivasi penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.
- Teman-teman seperjuangan seminar dan skripsi dari *Math'15*: Raka, Mahe, Desmond, Mona, Charisma, Daud, dan Aryo.
- Thomas, Julius, dan Felix yang telah membantu dan mendukung penulis untuk menyelesaikan skripsi ini
- Fenny, Triny, Jete, Anes, Edsel, Tata, Khema, Fanny, Agnes, Nitya, Avel, Irsyad, Aldo, Asen, Nevan, Vivian, Wilbert, Stella, Alvinda, Salman, Bahri, Niko, dan rekan-rekan *Math'16* yang lain. Terimakasih telah memotivasi penulis untuk menyelesaikan skripsi ini serta menjadi teman baik selama proses perkuliahan.
- Teman-teman jurusan matematika angkatan 2015 dan 2017 yang tidak bisa disebutkan satu per satu. Terimakasih telah menjadi teman baik serta selalu mendukung penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.
- Om Vent, Ko Nathan, Abam, Kak David, dan teman-teman lain dari Gereja Jemaat Kabar Baik. Terimakasih telah membantu, menemani, menasihati, dan selalu mendukung penulis untuk menyelesaikan skripsi ini.

- Terakhir, untuk teman-teman yang tidak disebutkan namanya yang secara langsung maupun tidak langsung membentuk penulis menjadi pribadi yang lebih baik.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna dan memiliki kekurangan. Semua ini didasarkan dari keterbatasan yang dimiliki penulis. Namun demikian, penulis berharap karya ini dapat bermanfaat bagi para pembaca, khususnya bagi pihak yang memiliki kepentingan atas skripsi ini.

Bandung, Desember 2019

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Pengertian Portofolio	5
2.2 Tingkat Pengembalian Portofolio	5
2.3 Risiko Portofolio	6
2.4 Metode <i>Sample Average Approximation</i> (SAA)	7
2.5 Turunan Fungsi Vektor	7
2.6 Metode Lagrange Dual	8
2.7 Momen Sentral	10
2.8 Regularisasi	10
2.9 Metode <i>Cross-Validation</i> (CV)	11
2.10 Pengukuran Kinerja Portofolio	12
3 MODEL OPTIMASI PORTOFOLIO	13
3.1 Model Optimasi Portofolio yang Meminimumkan Risiko	13
3.2 Metode <i>Performance-Based Regularization</i> (PBR)	13
3.3 Algoritma untuk Mengkalibrasi U : <i>Performance-Based k-fold Cross-Validation</i>	16
3.4 Metodologi Evaluasi	20
4 HASIL PERHITUNGAN DAN PEMBAHASAN	21
4.1 Data Saham untuk Perhitungan	21
4.2 Analisis Kinerja Portofolio yang Menggunakan Metode SAA dan PBR	22
5 KESIMPULAN DAN SARAN	27
5.1 Kesimpulan	27
5.2 Saran	27
DAFTAR REFERENSI	29
A BUKTI PROPOSISI 1	31

DAFTAR GAMBAR

2.1	Ilustrasi metode <i>cross-validation</i>	11
2.2	Ilustrasi <i>5-fold cross-validation</i>	12
3.1	Skema algoritma <i>Out-of-Sample Performance-Based k-fold Cross Validation</i> untuk mengkalibrasi U dengan $k = 3$	16
4.1	<i>Sharpe ratios</i> dari kumpulan data harian dengan kendala target <i>return rate</i>	23
4.2	<i>Sharpe ratios</i> dari kumpulan data mingguan dengan kendala target <i>return rate</i> . .	24
4.3	<i>Sharpe ratios</i> dari kumpulan data bulanan dengan kendala target <i>return rate</i> . . .	25

DAFTAR TABEL

4.1	Rata-rata return rate	22
4.2	<i>Sharpe ratios</i> dari kumpulan data harian	23
4.3	<i>Sharpe ratios</i> dari kumpulan data mingguan	24
4.4	<i>Sharpe ratios</i> dari kumpulan data bulanan	25

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dewasa ini harta dan kekayaan menjadi salah satu faktor penentu kemakmuran dan kesejahteraan seseorang. Oleh karena itu, banyak masyarakat Indonesia yang mulai terjun dalam dunia investasi, khususnya dalam bidang saham. Investasi merupakan suatu proses penempatan sejumlah dana pada aset dengan harapan bahwa nilai aset akan meningkat di masa yang akan datang untuk mendapatkan keuntungan. Saham adalah surat berharga yang menunjukkan bagian kepemilikan atas suatu perusahaan. Jika seseorang membeli saham, maka dia berhak atas keuntungan perusahaan dalam bentuk dividen, jika perusahaan memperoleh keuntungan. Selain itu, investor juga dapat mengambil keuntungan berupa *capital gain* (keuntungan modal) yang didapat dari naiknya harga saham dari waktu ke waktu.

Dalam berinvestasi, risiko merupakan faktor yang tak kalah penting untuk diperhatikan selain *return rate* atau tingkat pengembalian karena investasi tidak selalu memberikan keuntungan. Risiko ini membuat sebagian orang meragukan investasi karena semua orang tentu menginginkan *return rate* yang besar dengan risiko yang kecil. Strategi yang umumnya digunakan investor untuk meminimumkan risiko investasinya adalah diversifikasi. Diversifikasi adalah proses pengalokasian modal pada beberapa aset dengan proporsi tertentu. Dengan melakukan diversifikasi, maka terbentuklah sebuah portofolio investasi.

Sebuah portofolio dikatakan optimum apabila sudah memberikan hasil kombinasi *return rate* tertinggi dan risiko terendah. Sebab itu, besar proporsi dana modal untuk diinvestasikan harus dipilih secara baik agar menjadi portofolio yang optimum. Model *Mean-Variance* yang dikemukakan oleh Harry Markowitz akan dipakai pada skripsi ini untuk menyelesaikan masalah optimasi portofolio. Model ini mengasumsikan bahwa *return rate* dan risiko dari aset-aset pada suatu portofolio dapat diperoleh melalui ekspektasi dan variansi dari *return rate* aset-aset tersebut [1]. Ekspektasi dan variansi dihitung dengan menggunakan metode *Sample Average Approximation* (SAA) [2].

Return rate dari portofolio diekspektasi dengan mengambil jumlah dari *return rate* taksiran setiap aset. *Return rate* taksiran setiap aset dapat dihitung dari rata-rata *return rate*. Sedangkan risiko portofolio diukur dari taksiran variansi-kovariansi *return rate* setiap aset. Solusi optimal dari metode *Sample Average Approximation* ini akan konvergen ke solusi optimal dari masalah pemrograman stokastik apabila data yang dimiliki menuju tak hingga [3]. Akan tetapi, solusi yang dihasilkan dari metode tersebut tidak dapat diandalkan karena keterbatasan data yang dimiliki investor [4]. Oleh karena itu, untuk memperbaiki kekurangan dari metode SAA, akan digunakan metode dalam *machine-learning*, yaitu regularisasi (*regularization*) [2]. Pada awal, akan dikenalkan metode *Performance-Based Regularization* (PBR) pada Model *Mean-Variance*. Ide metode ini adalah membatasi variansi sampel estimasi risiko dan *return rate* portofolio. Pada kendala PBR terdapat parameter yang membatasi galat fungsi objektif dari metode SAA. Parameter tersebut akan dikalibrasi menggunakan algoritma *Performance-Based k-fold Cross-Validation* yang melibatkan *Sharpe ratio* pada validasinya sebagai ukuran kinerja investasi. Untuk melihat apakah metode PBR ini sudah cukup memperbaiki SAA, maka pada skripsi ini metode-metode tersebut akan diterapkan pada portofolio yang berisi saham-saham yang ada di Indonesia dan kinerja portofolio pada setiap

metode akan dibandingkan dengan menggunakan ukuran *Sharpe ratio*.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah-masalah yang akan dibahas pada skripsi ini antara lain:

1. Bagaimana menyelesaikan masalah optimasi portofolio yang meminimumkan risiko menggunakan metode SAA dan PBR?
2. Bagaimana mengkalibrasi parameter yang membatasi galat fungsi objektif metode SAA pada kendala PBR?
3. Bagaimana mengukur kinerja portofolio yang diselesaikan menggunakan metode SAA dan PBR?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini untuk:

1. Menganalisis metode PBR sebagai solusi untuk memperbaiki kekurangan dari SAA.
2. Menerapkan metode *Performance-Based k-fold Cross-Validation* untuk mengkalibrasi parameter yang membatasi galat fungsi objektif metode SAA pada kendala PBR.
3. Menganalisis kinerja portofolio dari metode SAA dan PBR dengan dan tanpa target *return rate* menggunakan ukuran *Sharpe ratio*.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah pada skripsi ini yaitu:

1. Portofolio hanya terdiri dari saham-saham.
2. Tidak ada biaya transaksi jual beli saham.

1.5 Sistematika Pembahasan

Skripsi ini terdiri dari lima bab, yaitu:

Bab 1: Pendahuluan

Bab 1 dalam skripsi ini merupakan bagian pengantar yang memaparkan secara garis besar mengenai hal-hal yang akan disampaikan di bab-bab selanjutnya. Bab ini dibagi menjadi lima subbab, yaitu latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, batasan masalah dan sistematika penulisan.

Bab 2: Landasan Teori

Bab ini akan membahas mengenai teori-teori yang dibutuhkan untuk pembahasan pada bab-bab berikutnya.

Bab 3: Model Optimasi Portofolio

Bab ini akan membahas mengenai model optimasi portofolio beserta metode-metode penyelesaiannya untuk digunakan di Bab 4.

Bab 4: Hasil Perhitungan dan Pembahasan

Bab ini akan membahas hasil perhitungan kinerja portofolio dengan menggunakan model optimasi dan metode penyelesaian pada Bab 3.

Bab 5: Kesimpulan dan Saran

Bab ini meliputi kesimpulan berdasarkan pembahasan masalah yang dibahas pada Bab 3 dan 4 serta saran untuk penelitian lebih lanjut mengenai topik ini.