

SKRIPSI

OPTIMASI PORTOFOLIO DENGAN RATAAN DAN  
KOVARIANSI YANG TIDAK DIKETAHUI MENGGUNAKAN  
METODE *MULTIFACTOR PRICING MODEL* DAN  
*BOOTSTRAP*



Marcelino Miharja

NPM: 2015710021

PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS  
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN  
2019

**FINAL PROJECT**

**PORTFOLIO OPTIMIZATION WHEN MEANS AND  
COVARIANCES ARE UNKNOWN WITH MULTIFACTOR  
PRICING MODEL AND BOOTSTRAP**



Marcelino Miharja

NPM: 2015710021

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES  
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY  
2019**

# LEMBAR PENGESAHAN

## OPTIMASI PORTOFOLIO DENGAN RATAAN DAN KOVARIANSI YANG TIDAK DIKETAHUI MENGGUNAKAN METODE *MULTIFACTOR PRICING MODEL* DAN *BOOTSTRAP*

Marcelino Miharja

NPM: 2015710021

Bandung, 12 Desember 2019

Menyetujui,

Pembimbing Utama

Pembimbing Pendamping

Liem Chin, M.Si.

Farah Kristiani, M.Si.

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Erwinna Chendra, M.Si.

Maria Anestasia, M.Si.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Erwinna Chendra, M.Si.

## PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

**OPTIMASI PORTOFOLIO DENGAN RATAAN DAN KOVARIANSI YANG  
TIDAK DIKETAHUI MENGGUNAKAN METODE *MULTIFACTOR  
PRICING MODEL* DAN *BOOTSTRAP***

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,  
Tanggal 12 Desember 2019

Meterai Rp. 6000
---------------------

Marcelino Miharja  
NPM: 2015710021

## ABSTRAK

Saat ini, investasi merupakan hal yang sudah umum dan penting untuk dilakukan oleh masyarakat, dengan tujuan memperoleh penghasilan tambahan, melindungi aset, atau sebagai dana simpanan untuk masa yang akan datang. Berbagai macam jenis atau bentuk investasi seperti emas, properti, obligasi negara, opsi, dan portofolio saham sudah marak ditemukan dalam kehidupan bermasyarakat. Seorang investor tentu ingin memperoleh tingkat pengembalian yang tinggi dengan risiko yang rendah. Oleh karena itu, strategi investasi seperti optimasi portofolio yang mengalokasikan dana pada aset-aset investasi dengan optimal perlu dikuasai. Pada skripsi ini, optimasi portofolio dilakukan dengan kondisi diperbolehkan dan tidak diperbolehkan melakukan *short selling*, yang dapat membuat perbedaan pada proporsi dana yang akan ditentukan. Salah satu cara untuk memperoleh portofolio yang optimal adalah dengan mengestimasi nilai rata-rata dan variansi dari aset-aset yang digunakan, kemudian menentukan proporsi dana yang optimal. Estimasi ini dapat dilakukan dengan metode *Multifactor Pricing Model* (MPM) dan *Bootstrap*. Selanjutnya, proporsi dana yang diperoleh dapat ditentukan dengan menggunakan metode pengali *Lagrange* dan pemrograman kuadrat. Dari hasil studi kasus dapat disimpulkan bahwa metode MPM memberikan portofolio dengan risiko yang rendah dan tingkat pengembalian yang rendah, sedangkan metode *Bootstrap* memberikan portofolio dengan risiko yang lebih tinggi dan tingkat pengembalian yang lebih tinggi.

**Kata-kata kunci:** Optimasi Portofolio, *Multifactor Pricing Model*, *Bootstrap*, Pemrograman Kuadrat.

## ABSTRACT

Nowadays, investment is a common and important thing for the society to invest in, with objectives such as receiving extra income, protecting their assets, or having deposits for the future. Various types of investments such as gold, property, government bonds, options and stock portfolios are widely found in everyday life. An investor would want to get a high rate of return with a low rate of risk. Therefore, investment strategies such as portfolio optimization that allocate funds optimally to invested assets need to be mastered. In this final project, portfolio optimization is done with the conditions either allowed or not allowed to do short selling, that can make a difference in the proportion of funds to be determined. One way to obtain an optimal portfolio is to estimate the mean and variation values of the invested assets, then determine the optimal proportion of funds. This estimation can be done by using the Multifactor Pricing Model (MPM) and Bootstrap methods. Furthermore, calculating the funds obtained can be calculated using the Lagrange multiplier method and quadratic programming. From the results it can be concluded that the MPM method provides a portfolio with a lower risk and lower rate of return, while the Bootstrap method provides a portfolio with a higher risk and a higher rate of return.

**Keywords:** Portfolio Optimization, Multifactor Pricing Model, Bootstrap, Quadratic Programming.

*Skripsi ini dipersembahkan untuk keluarga,  
sahabat, dan kerabat ku. . . .*

## KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas rahmat dan bimbingannya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini yang berjudul "OPTIMASI PORTOFOLIO DENGAN RATAAN DAN KOVARIANSI YANG TIDAK DIKETAHUI MENGGUNAKAN METODE *MULTIFACTOR PRICING MODEL* DAN *BOOTSTRAP*" dengan baik dan tepat waktu. Penulis berharap bahwa karya ini dapat berguna bagi para pembaca, khususnya bagi lingkungan Program Studi Matematika pada Fakultas Teknologi Informasi dan Sains (FTIS) Universitas Katolik Parahyangan (UNPAR). Skripsi ini disusun berdasarkan ketertarikan penulis pada pengolahan data yang dapat diaplikasikan pada kehidupan sehari-hari dan sebagai salah satu syarat untuk menyelesaikan studi di Strata-1 Program Studi Matematika, FTIS, UNPAR. Pada kesempatan ini, penulis ingin menyampaikan ucapan terima kasih kepada pihak-pihak atau individu-individu yang telah membantu penulis selama proses perkuliahan dan penyusunan skripsi ini, diantaranya :

- Mama, Papa, dan Celine (saudara kembar) sebagai keluarga penulis yang telah mendidik, memberi saran, dan membesarkan penulis selama ini.
- Bapak Liem Chin, M.Si. dan Ibu Farah Kristiani, M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah meluangkan waktu, memberi saran, memberi kritik, mendidik dengan sabar, dan membantu penulis selama proses penyusunan skripsi ini.
- Ibu Erwinna Chendra, M.Si. dan Ibu Maria Anestasia, M.Si. selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran untuk skripsi ini.
- Seluruh jajaran dosen, tata usaha, dan perkarya FTIS yang telah memberikan bantuan dan dukungan selama masa perkuliahan penulis.
- Raka Iswara Prathama, Daud Kurniawan, Christopher Aryo Pambudi, Charisma Riyan Eta, Desmond, Mona Krisdayanti Sihaloho, dan Raka Iswara Prathama Setiawan yang telah menjadi sahabat seperjuangan dalam penyusunan skripsi.
- Desmond dan JC yang menjadi teman seperjuangan dibawah bimbingan satu dosen pembimbing skripsi yang sama.
- Daud dan Vheren yang menjadi teman seperjuangan dibawah bimbingan satu dosen pembimbing skripsi yang sama.
- Nevan, Anastasia Greselda, Nadya Tjindra, Edsel Jeremy, Felix Tandiono, dan Salomo Alvin yang telah menjadi teman dekat bagi penulis selama masa-masa perkuliahan.
- Thomas, Lisa, Vania, Vano, Dius, dan Livia yang telah menemani penulis selama proses penyusunan skripsi saat seminar.
- Seluruh anggota Kaktus: Raka, Lisa, Vania, Maria, Lydia, Fanie, Jojo, Edo, Mega, dan Stany yang telah merekrut penulis.
- Seluruh anggota SM\*SH : Aryo, Dius, Edo, Kijati, Gazza, Vano, Onto, Raka, Sandy, Thomas, Daud, Dhito, dan Vincent yang telah merekrut penulis.

- Filia Agatha Riani yang pernah menjadi bagian dari kisah hidup penulis selama 4,5 tahun.
- Seluruh teman-teman Matematika 2015 yang telah menjadi kerabat selama masa perkuliahan.
- Seluruh teman-teman Matematika 2016 yang telah menjadi "korban" dalam masa pembinaan oleh penulis.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari sempurna, maka dari itu penulis terbuka terhadap seluruh kritik dan saran dari para pembaca. Kritik dan saran tersebut akan digunakan oleh penulis untuk menyempurnakan karya ini agar dapat berguna bagi lebih banyak pihak. Sebagai penutup, semoga kita selalu diberkati dalam rahmatNya. Amin.

Bandung, Desember 2019

Penulis

## DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR</b>	<b>xv</b>
<b>DAFTAR ISI</b>	<b>xvii</b>
<b>DAFTAR GAMBAR</b>	<b>xix</b>
<b>DAFTAR TABEL</b>	<b>xxi</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang . . . . .	1
1.2 Rumusan Masalah . . . . .	2
1.3 Tujuan . . . . .	2
1.4 Sistematika Penulisan . . . . .	2
<b>2 LANDASAN TEORI</b>	<b>5</b>
2.1 Tingkat Pengembalian Saham . . . . .	5
2.2 Tingkat Pengembalian Portofolio . . . . .	5
2.3 Risiko Portofolio . . . . .	6
2.4 Portofolio yang Optimal . . . . .	7
2.5 Rasio <i>Sharpe</i> . . . . .	7
2.6 Metode Pengali <i>Lagrange</i> . . . . .	8
2.7 Pemrograman Non-Linear . . . . .	8
<b>3 METODE OPTIMASI PORTOFOLIO</b>	<b>11</b>
3.1 <i>Multifactor Pricing Model</i> (MPM) . . . . .	11
3.2 <i>Bootstrap</i> . . . . .	12
3.3 Metode untuk Menentukan Proporsi Dana . . . . .	13
3.4 Alur Simulasi . . . . .	15
3.4.1 <i>Multifactor Pricing Models</i> . . . . .	15
3.4.2 <i>Bootstrapping</i> . . . . .	16
<b>4 STUDI KASUS</b>	<b>17</b>
4.1 Data Saham . . . . .	17
4.2 Kasus 1 : Hasil dan Analisa Studi Kasus Jika <i>Short Selling</i> Diperbolehkan . . . . .	18
4.3 Kasus 2 : Hasil dan Analisa Studi Jika <i>Short Selling</i> Tidak Diperbolehkan . . . . .	20
4.4 Analisa Metode . . . . .	22
<b>5 KESIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>23</b>
5.1 Kesimpulan . . . . .	23
5.2 Saran . . . . .	23
<b>DAFTAR REFERENSI</b>	<b>25</b>
<b>A TABEL DATA SAHAM</b>	<b>27</b>

## DAFTAR GAMBAR

3.1	Sampel yang diobservasi menjadi sampel <i>bootstrap</i> . . . . .	12
4.1	Proporsi Dana Kasus 1 Dengan MPM . . . . .	19
4.2	Proporsi Dana Kasus 1 Dengan <i>Bootstrap</i> . . . . .	20
4.3	Proporsi Dana Kasus 2 Dengan MPM . . . . .	21
4.4	Proporsi Dana Kasus 2 Dengan <i>Bootstrap</i> . . . . .	22

## DAFTAR TABEL

2.1	Tabel Kendala Ketika Diperbolehkan dan Tidak Diperbolehkan <i>Short Selling</i> . . . .	7
4.1	Tabel Rata-Rata Tingkat Pengembalian dan Variansi Saham Kasus 1 dengan MPM	18
4.2	Tabel Rata-Rata dan Variansi Tingkat Pengembalian Saham Kasus 1 dengan <i>Bootstrap</i>	19
4.3	Tabel Perbandingan Risiko, Tingkat Pengembalian Mingguan, dan Rasio Sharpe Kasus 1 . . . . .	20
4.4	Tabel Rata-Rata Tingkat Pengembalian dan Variansi Saham Kasus 2 . . . . .	21
4.5	Tabel Rata-Rata dan Variansi Tingkat Pengembalian Saham Kasus 2 dengan <i>Bootstrap</i>	21
4.6	Tabel Perbandingan Risiko, Tingkat Pengembalian Mingguan, dan Rasio Sharpe Kasus 2 . . . . .	22
A.1	Harga Penutupan Saham Mingguan dari 1 Januari 2016 hingga 1 Januari 2019. . .	27

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Pada masa kini, hampir semua orang mulai memahami manfaat berinvestasi dalam jangka waktu yang pendek maupun panjang, dengan tujuan untuk memperoleh dana yang lebih besar di masa yang akan datang. Salah satu produk investasi yang umum ditemukan adalah produk investasi saham. Namun seorang investor setidaknya perlu memperhatikan dua hal dalam berinvestasi pada produk investasi saham, yaitu tingkat pengembalian (*return*) dan risiko. Risiko yang besar tentu akan mempengaruhi tingkat pengembalian yang diperoleh nantinya. Dengan demikian pemahaman dalam berinvestasi seperti optimasi portofolio perlu dimiliki oleh seorang investor.

Portofolio merupakan sekumpulan aset yang dapat terdiri dari saham, obligasi, dan lain-lain. Investasi dalam suatu portofolio merupakan hal penting yang perlu dilakukan agar memiliki cadangan finansial di masa depan, tetapi keuntungan yang diperoleh tidak terlepas dari risiko. Seorang investor yang hendak melakukan investasi dalam suatu portofolio biasanya ingin mencapai keuntungan sebesar mungkin dengan risiko sekecil mungkin. Permasalahan memaksimalkan keuntungan dan meminimumkan risiko inilah yang disebut dengan optimasi portofolio.

Dalam optimasi portofolio, seorang investor akan menempatkan dana yang dimiliki pada beberapa aset yang hendak di investasikan. Strategi ini dikenal sebagai diversifikasi. Pada dasarnya, diversifikasi merupakan strategi manajemen risiko yang membatasi pendanaan dan risiko pada suatu aset dengan membagi dana dan risiko pada sekumpulan aset. Dengan demikian, kerugian yang terjadi pada aset-aset tertentu dapat tertutupi oleh keuntungan pada aset yang lain.

Salah satu metode untuk menyelesaikan permasalahan portofolio adalah Optimasi Portofolio Rataan dan Variansi yang dikemukakan Harry Markowitz yang masih digunakan dalam menyelesaikan masalah optimasi portofolio modern [1]. Metode ini menggunakan rata-rata dan variansi dari data historis pada harga saham yang akan digunakan dalam suatu portofolio untuk menentukan proporsi dana pada setiap aset yang akan memaksimalkan tingkat pengembalian portofolio tersebut. Namun pada prakteknya, seorang investor tidak boleh secara langsung menghitung rata-rata dan variansi dari masing-masing aset dengan menggunakan data historis pada periode tertentu saja. Oleh karena itu, estimasi pada rata-rata dan variansi dari masing-masing aset pada suatu portofolio perlu untuk dilakukan.

Beberapa metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah optimasi portofolio adalah *Multifactor Pricing Model* (MPM), *Bootstrap*, dan Inferensi *Bayesian*. Metode MPM menggunakan perhitungan sederhana yang dapat diuji dengan mudah untuk mendapatkan beberapa hasil yang memberikan kepercayaan di sekitar tingkat pengembalian yang diinginkan. Metode *Bootstrapping and The Resampled Frontier* adalah alat komputasi statistik yang digunakan secara luas untuk menghasilkan perkiraan yang mungkin sulit diperoleh dengan metode lain [2].

Pada skripsi ini akan dilakukan pemodelan untuk mengestimasi rata-rata dan variansi dari masing-masing aset portofolio untuk mengoptimalkan nilai dari portofolio tersebut. Terdapat dua metode yang akan dibahas pada skripsi ini, yaitu *Multifactor Pricing Model* (MPM) dan *Bootstrapping*.

Metode MPM digunakan pada portofolio yang meminimumkan risiko. Metode MPM menghubungkan rata-rata tingkat pengembalian dari setiap aset dengan besaran sensitivitas dari rata-rata

tingkat pengembalian setiap aset terhadap pergerakan pasar (dinotasikan sebagai  $\beta$ ) dalam model regresi. Pada metode *Bootstrapping*, akan dilakukan proses pengambilan sampel ulang dengan penempatan kembali (*resampling with re-placement*) pada data historis tingkat pengembalian saham mingguan. Kemudian, sampel *bootstrap* yang diperoleh akan digunakan untuk menentukan portofolio yang optimal.

Dalam aktivitas jual beli saham, seorang investor dapat melakukan *short selling* yang berperan sebagai dana tambahan dalam investasinya. *Short selling* merupakan penjualan aset yang tidak dimiliki, dengan kata lain seorang investor akan meminjam atau berhutang untuk berinvestasi. Dengan melakukan *short selling* seorang investor berharap bahwa aset *short sell* akan mengalami penurunan, sehingga investor akan melunaskan hutang dengan biaya yang lebih murah. Namun, di Indonesia terdapat peraturan yang membatasi aktivitas *short selling* yang diterbitkan oleh Bursa Efek Indonesia[3]. Peraturan ini menetapkan bahwa terdapat persyaratan atau ketentuan untuk menjadi anggota bursa efek yang dapat melakukan transaksi *short selling*.

Pada skripsi ini akan dilakukan studi kasus ketika diperbolehkan dan tidak diperbolehkan melakukan *short selling*, dengan tujuan untuk melihat pengaruh dari dua praktek investasi tersebut terhadap penentuan proporsi dana pada portofolio.

## 1.2 Rumusan Masalah

Pada skripsi ini akan dibahas permasalahan optimasi tingkat pengembalian portofolio ketika rata-rata dan variansi tidak diketahui. Oleh karena itu, masalah yang akan dibahas pada makalah ini dapat dirumuskan sebagai berikut :

1. Bagaimana cara memodelkan estimator untuk rata-rata dan variansi dari portofolio untuk memaksimumkan tingkat pengembalian dari portofolio jika diperbolehkan dan tidak diperbolehkan melakukan *short selling*?
2. Bagaimana cara menentukan dan menganalisa proporsi dana dari aset untuk memaksimumkan tingkat pengembalian dari portofolio?

## 1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan makalah ini adalah :

1. Menggunakan metode MPM dan *Bootstrap* untuk mengestimasi rata-rata dan variansi dari portofolio untuk memaksimumkan tingkat pengembalian dari portofolio jika diperbolehkan dan tidak diperbolehkan melakukan *short selling*.
2. Menentukan metode dari proposi dana pada portofolio yang terbentuk yang memaksimumkan tingkat pengembalian dari portofolio dan menganalisa hasilnya.

## 1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada makalah ini terdiri dari 5 bab, yaitu :

### **Bab 1 : Pendahuluan**

Bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan.

### **Bab 2 : Landasan Teori**

Bab ini berisi tentang teori-teori yang mendukung dalam pengerjaan makalah ini seperti pengertian portofolio, risiko portofolio, portofolio yang optimal, metode pengali *Lagrange*, pemrograman non-linear, dan pemrograman kuadratik pada portofolio.

**Bab 3 : Metode Optimasi Portofolio**

Bab ini berisi tentang model estimasi dari rata-rata dan variansi dan penentuan proporsi dana pada setiap aset untuk memaksimalkan tingkat pengembalian portofolio jika diperbolehkan dan tidak diperbolehkan melakukan *short selling*.

**Bab 4 : Studi Kasus**

Bab ini berisi tentang hasil simulasi dan analisa dari pemodelan pada Bab 3.

**Bab 5 : Simpulan dan Saran**

Bab ini berisi simpulan dan saran pengembangan lebih lanjut dari skripsi ini.