

SKRIPSI

**ANALISIS SENSITIVITAS BILANGAN REPRODUKSI DASAR
PADA MODEL PENYEBARAN PENYAKIT HIV/AIDS
TANPA DAN DENGAN ADANYA EDUKASI DAN
PENGobatan**



Charisma Riyan Etta

NPM: 2015710019

**PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS TEKNOLOGI INFORMASI DAN SAINS
UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN
2019**

FINAL PROJECT

**SENSITIVITY ANALYSIS OF BASIC REPRODUCTION
NUMBER ON THE HIV/AIDS DISEASE TRANSMISSION
MODEL WITHOUT AND WITH THE PRESENCE OF
EDUCATION AND TREATMENT**



Charisma Riyan Etta

NPM: 2015710019

**DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY AND SCIENCES
PARAHYANGAN CATHOLIC UNIVERSITY
2019**

LEMBAR PENGESAHAN

ANALISIS SENSITIVITAS BILANGAN REPRODUKSI DASAR PADA MODEL PENYEBARAN PENYAKIT HIV/AIDS TANPA DAN DENGAN ADANYA EDUKASI DAN PENGOBATAN

Charisma Riyan Etta

NPM: 2015710019

Bandung, 5 Desember 2019

Menyetujui,

Pembimbing Utama

Iwan Sugiarto, M.Si.

Ketua Tim Penguji

Anggota Tim Penguji

Maria Anestasia, M.Si., MActSc

Agus Sukmana, M.Sc.

Mengetahui,

Ketua Program Studi

Dr. Erwinna Chendra

PERNYATAAN

Dengan ini saya yang bertandatangan di bawah ini menyatakan bahwa skripsi dengan judul:

ANALISIS SENSITIVITAS BILANGAN REPRODUKSI DASAR PADA MODEL PENYEBARAN PENYAKIT HIV/AIDS TANPA DAN DENGAN ADANYA EDUKASI DAN PENGOBATAN

adalah benar-benar karya saya sendiri, dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan.

Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko dan sanksi yang dijatuhkan kepada saya, apabila di kemudian hari ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya, atau jika ada tuntutan formal atau non-formal dari pihak lain berkaitan dengan keaslian karya saya ini.

Dinyatakan di Bandung,
Tanggal 5 Desember 2019

Meterai Rp. 6000

Charisma Riyan Etta
NPM: 2015710019

ABSTRAK

Penyakit HIV/AIDS merupakan penyakit menular yang diakibatkan oleh infeksi HIV (*Human Immunodeficiency Virus*) yang menurunkan sistem kekebalan tubuh manusia dengan cara menyerang dan merusak sel CD4 yang merupakan jenis sel darah putih (limfosit). Penurunan sistem kekebalan tubuh oleh infeksi HIV ini kemudian menyebabkan munculnya AIDS (*Acquired Immunodeficiency Syndrome*). Seseorang yang terinfeksi dan telah mengetahui adanya infeksi HIV di dalam tubuhnya dapat melakukan pengobatan ARV (*Anti Retroviral Therapy*). Pengobatan ARV merupakan upaya yang dapat dilakukan untuk mengurangi perkembangbiakan virus HIV di dalam tubuh dan memperpanjang waktu hidup sebelum penyakit berkembang menjadi AIDS. Pada skripsi ini, akan dibahas mengenai model matematika pada penyebaran penyakit HIV/AIDS tanpa dan dengan adanya edukasi dan pengobatan. Kemudian akan ditentukan titik kesetimbangan, analisis kestabilan, serta bilangan reproduksi dasar menggunakan matriks generasi pada kedua model tersebut. Selanjutnya akan dilakukan simulasi numerik serta analisis sensitivitas terhadap bilangan reproduksi dasar untuk mengetahui parameter yang paling berpengaruh terhadap penyebaran penyakit HIV/AIDS. Pada model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS tanpa adanya edukasi dan pengobatan, terdapat dua titik kesetimbangan yaitu untuk kondisi bebas penyakit dan endemik serta didapatkan parameter yang paling berpengaruh adalah laju transmisi dan laju perpindahan banyaknya individu terinfeksi menjadi penyakit AIDS. Sedangkan pada model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS dengan adanya edukasi dan pengobatan, terdapat satu titik kesetimbangan bebas penyakit dan maksimal sebanyak lima titik kesetimbangan pada kondisi endemik. Serta parameter yang paling berpengaruh adalah laju penularan individu rentan oleh individu terinfeksi HIV yang belum mengetahui terdiagnosa dan tingkat keberhasilan pemberian edukasi kepada individu rentan yang merupakan upaya pencegahan penyebaran HIV.

Kata-kata kunci: Penyakit HIV/AIDS, Pengobatan ARV, Titik Kesetimbangan, Bilangan Reproduksi Dasar, Analisis Sensitivitas.

ABSTRACT

HIV/AIDS is an infectious disease caused by the infection of HIV (Human Immunodeficiency Virus) that decrease the immune system by attacking and damaging CD4 cells which are types of white blood cells (lymphocytes). The decreasing of immune system due to HIV then causes damage to AIDS (Acquired Immunodeficiency Syndrome). People with HIV infection can take an ARV (Anti Retroviral Therapy) treatment. ARV treatment is an effort that can be done to reduce the HIV viruses inside the body and can extend life time before the disease turn into AIDS. In this final project, a mathematical model of the spread of HIV/AIDS without and with education and treatment will be discussed. Then the equilibrium point, stability analysis, and basic reproduction number by using matrix generation will be determined in both mathematical model. Furthermore, a numerical simulation and sensitivity analysis of basic reproductive numbers will be discussed to determine the parameters which have the most effect on the spread of HIV/AIDS disease. In the mathematical model of the spread of HIV/AIDS without education and treatment, there are two equilibrium points for disease-free and endemic condition and the most influential parameters obtained are the rate of transmission and the rate of change of individuals affected by AIDS. While in the mathematical model of the spread of HIV/AIDS with education and treatment, there is one disease-free equilibrium point and maximum five equilibrium points in endemic conditions. The most influential parameters is the rate of transmission of susceptible individuals caused by an undiagnosed HIV infected individuals and the level of success of education given to susceptible individuals as an effort to prevent the spread of HIV.

Keywords: HIV/AIDS Disease, ARV Treatment, Equilibrium Point, Basic Reproduction Number, Sensitivity Analysis.

Tuhan, aku, dan mereka.

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur kepada Tuhan Yesus Kristus, karena atas berkat dan kasih karunia-Nya sehingga penulis dapat menyusun dan menyelesaikan skripsi ini. Dengan ini penulis mempersembahkan skripsi yang berjudul "Analisis Sensitivitas Bilangan Reproduksi Dasar pada Model Penyebaran Penyakit HIV/AIDS tanpa dan dengan Adanya Edukasi dan Pengobatan", tepat pada waktu-Nya. Skripsi ini disusun untuk memenuhi syarat menyelesaikan studi Strata-I Program Studi Matematika, Fakultas Teknologi Informasi dan Sains (FTIS), Universitas Katolik Parahyangan, Bandung. Diharapkan skripsi ini dapat bermanfaat bagi mahasiswa maupun pembaca lainnya. Dengan penuh rasa cinta dan terima kasih, demikian skripsi ini penulis persembahkan untuk:

- Kedua orang tua tercinta, Sutris Triyanta dan Rita Berliana Etta, serta kakak dan adik tercinta, Devine, Deborah, dan Charen, yang selalu memberikan dukungan, cinta dan doa kepada penulis.
- Bapak Iwan Sugiarto, M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah memberikan semangat, saran, dan bantuan selama proses penyusunan skripsi ini.
- Ibu Maria Anastasia, M.Si., MActSc dan Bapak Agus Sukmana, M.Sc. selaku dosen penguji, serta Bapak Liem Chin, M.Si. selaku koordinator skripsi yang telah meluangkan waktu dan memberikan saran untuk perbaikan dan pengembangan skripsi ini.
- Raka Iswara, Daud Kurniawan, Christopher Aryo, Marcelino Miharja, Desmond, Nadia Tjindra, dan Gresel selaku teman seperjuangan seminar dan skripsi, yang telah saling memberi dukungan dan doa selama dua semester ini.
- Mona Krisdayanti Sihalohe selaku teman seperjuangan yang telah sama-sama menyelesaikan skripsi ini, atas waktu dan semangat yang telah diluangkan bersama selama proses penulisan dan penyelesaian skripsi ini. Lulus yeay!
- Paulina, Vivi, Laura, Karina, selaku sahabat yang selalu memberikan semangat dan dukungan kepada penulis selama proses penyelesaian skripsi ini.
- Mega Alam, Thomas Agung Santoso, dan teman-teman angkatan 2015 lainnya yang telah memberikan dukungan dalam proses perkuliahan dan penyelesaian skripsi.
- Axel Dominicus Pedro, Sofie Ghozali, Margaretha Inka Sutioso, dan Ivena Ashar, Yusuf Palandi, serta teman-teman mantan XII IPA, selaku sahabat-sahabat terbaik yang telah memberikan dukungan dan doa selama proses penyelesaian skripsi ini.
- Muhammad Romlih dan Laurensia Regina De Viga, selaku abang dan adik yang selalu ada disaat-saat itu serta memberikan dukungan dan doa selama proses penyelesaian skripsi ini.

Bandung, Desember 2019

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	xv
DAFTAR ISI	xvii
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Tujuan	2
1.4 Batasan Masalah	2
1.5 Sistematika Pembahasan	2
2 LANDASAN TEORI	5
2.1 Persamaan Diferensial	5
2.2 Sistem Persamaan Diferensial	5
2.3 Sistem Persamaan Diferensial Tak Linear Orde Satu	6
2.4 Kestabilan Titik Keseimbangan	7
2.5 Kriteria Kestabilan Routh-Hurwitz	8
2.6 Model Epidemik	9
2.7 Bilangan Reproduksi Dasar dengan Menggunakan Matriks Generasi	10
2.8 Analisis Sensitivitas Bilangan Reproduksi Dasar	11
3 MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN PENYAKIT HIV/AIDS	13
3.1 Model Matematika Penyebaran Penyakit HIV/AIDS Tanpa Edukasi dan Pengobatan	13
3.1.1 Titik Keseimbangan Model SIA	15
3.1.2 Kestabilan Titik Keseimbangan Model SIA	16
3.1.3 Bilangan Reproduksi Dasar Model SIA	18
3.2 Model Penyebaran Penyakit HIV/AIDS dengan Edukasi dan Pengobatan	20
3.2.1 Titik Keseimbangan Model SEI_1I_2TA	25
3.2.2 Kestabilan Titik Keseimbangan Model SEI_1I_2TA	29
3.2.3 Bilangan Reproduksi Dasar	34
4 SIMULASI NUMERIK DAN ANALISIS SENSITIVITAS	39
4.1 Simulasi Numerik untuk Titik Keseimbangan	39
4.1.1 Simulasi Model Matematika Penyebaran Penyakit HIV/AIDS Tanpa Adanya Edukasi dan Pengobatan	39
4.1.2 Simulasi Model Matematika Penyebaran Penyakit HIV/AIDS dengan Adanya Edukasi dan Pengobatan	41
4.2 Analisis Sensitivitas pada Bilangan Reproduksi Dasar	44

4.2.1	Analisis Sensitivitas Bilangan Reproduksi Dasar pada Model Penyebaran Penyakit HIV/AIDS tanpa Adanya Edukasi dan Pengobatan	44
4.2.2	Analisis Sensitivitas Bilangan Reproduksi Dasar pada Model Penyebaran Penyakit HIV/AIDS dengan Adanya Edukasi dan Pengobatan	45
5	KESIMPULAN DAN SARAN	51
5.1	Kesimpulan	51
5.2	Saran	51
	DAFTAR REFERENSI	53

DAFTAR GAMBAR

2.1	Diagram Kompartemen Model Penyebaran Penyakit	10
3.1	Diagram kompartemen model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS	14
3.2	Diagram kompartemen model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS dengan adanya edukasi dan pengobatan	21
4.1	Perkembangan penyakit HIV/AIDS terhadap waktu pada model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS tanpa adanya edukasi dan pengobatan	40
4.2	Perkembangan penyakit HIV/AIDS terhadap waktu pada model penyebaran penyakit HIV/AIDS dengan adanya edukasi dan pengobatan untuk $R_0 < 1$	42
4.3	Perkembangan penyakit HIV/AIDS terhadap waktu pada model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS dengan adanya edukasi dan pengobatan untuk $R_0 > 1$	43

DAFTAR TABEL

2.1	Tabel hubungan antara nilai eigen dan jenis kestabilan	8
4.1	Nilai estimasi parameter dalam model matematika penyakit HIV/AIDS tanpa adanya edukasi dan pengobatan	39
4.2	Nilai parameter dalam model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS dengan adanya edukasi dan pengobatan	41
4.3	Tabel indeks sensitivitas terhadap parameter pada model penyebaran penyakit HIV/AIDS tanpa adanya edukasi dan pengobatan ketika $R_0 > 1$	44
4.4	Tabel indeks sensitivitas terhadap parameter pada model penyebaran penyakit HIV/AIDS dengan adanya edukasi dan pengobatan ketika $R_0 < 1$	47
4.5	Tabel indeks sensitivitas terhadap parameter pada model penyebaran penyakit HIV/AIDS dengan adanya edukasi dan pengobatan ketika $R_0 > 1$	48

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

HIV (*Human Immunodeficiency Virus*) merupakan virus yang menyerang dan merusak sel-sel dalam sistem kekebalan tubuh manusia, yang melemahkan kemampuan tubuh untuk melawan infeksi terhadap penyakit setiap harinya. Penurunan sistem kekebalan tubuh oleh infeksi virus HIV ini menyebabkan munculnya AIDS (*Acquired Immunodeficiency Syndrome*). Salah satu sel dalam sistem kekebalan tubuh manusia adalah sel CD4 yang merupakan jenis sel darah putih (limfosit) sebagai pertahanan tubuh dari serangan virus ataupun bakteri. Seseorang yang terinfeksi virus HIV akan mengalami penurunan jumlah sel CD4 secara progresif dan menjadi semakin berisiko terhadap infeksi oportunistik. Diagnosis AIDS dapat dikonfirmasi dengan adanya infeksi oportunistik atau pada saat sel CD4 di dalam tubuhnya mengalami penurunan secara signifikan hingga jumlahnya kurang dari 200 sel per mikroliter darah [1]. Pada manusia sehat yang tidak terdapat infeksi virus HIV ataupun AIDS di dalam tubuhnya memiliki jumlah sel CD4 sebanyak 600 hingga 1500 sel per mikroliter darah, sedangkan manusia yang telah terinfeksi virus HIV memiliki jumlah sel CD4 yang lebih rendah yaitu berkisar antara 350 sampai 500 sel per mikroliter darah.

Perkembangbiakan virus HIV yang menyerang sel CD4 dan menurunkan sistem kekebalan tubuh dapat dikurangi dengan cara melakukan pengobatan ARV (*Anti Retroviral Therapy*). Pengobatan ARV ini dapat membantu sistem kekebalan tubuh untuk melawan dan menghancurkan virus HIV di dalam tubuh agar jumlah sel CD4 tidak menurun secara drastis, sehingga infeksi virus HIV memiliki waktu yang lebih lama sebelum berkembang menjadi AIDS. Jumlah kasus penyakit HIV/AIDS juga dapat dikurangi dengan cara memberikan sosialisasi atau edukasi kepada masyarakat mengenai penyakit beserta dengan penularan dan cara pencegahannya. Edukasi yang dilakukan dapat membantu menumbuhkan kesadaran manusia terhadap penyakit AIDS yang disebabkan oleh infeksi virus HIV. Adapun virus HIV dapat ditularkan melalui darah atau melalui cairan dalam tubuh, juga dapat melalui kontak seksual, jarum suntik yang dipakai oleh lebih dari satu orang, serta dapat juga melalui transfusi darah atau melakukan donor organ tubuh. Virus HIV dapat juga ditularkan melalui seorang ibu hamil dengan HIV positif yang berpotensi menularkan kepada janinnya. Virus HIV tidak akan tertular jika hanya melalui kontak sosial biasa seperti bersentuhan, berciuman, ataupun berbagi alat makan [1].

Jumlah kasus HIV di Indonesia berdasarkan Laporan Perkembangan HIV AIDS dan Penyakit Infeksi Menular Seksual (PIMS) Triwulan II tahun 2019, Kementerian Kesehatan Republik Indonesia, meningkat setiap tahunnya. Dengan jumlah kumulatif kasus HIV yang dilaporkan dari awal ditemukannya HIV yaitu sejak tahun 1987 hingga Juni 2019 adalah sebanyak 349.882 ODHA, dimana 244.142 diantaranya mendapatkan pengobatan dan sebanyak 115.750 orang masih melakukan pengobatan tercatat hingga Juni 2019. Sementara jumlah AIDS relatif stabil dengan jumlah kumulatif hingga Juni 2019 adalah sebanyak 117.064 orang [2]. Sehingga pada skripsi ini akan dikaji model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS tanpa adanya pemberian edukasi dan tanpa ada yang melakukan pengobatan ARV, serta model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS dengan adanya sosialisasi atau edukasi sebagai upaya pencegahan penyebaran infeksi virus HIV serta dengan adanya manusia yang melakukan pengobatan ARV pada saat terinfeksi virus HIV.

Setelah itu akan ditentukan titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar menggunakan matriks generasi, dan akan dilakukan simulasi numerik serta analisis sensitivitas untuk mengetahui pengaruh parameter dan parameter yang paling berpengaruh terhadap penyebaran penyakit HIV/AIDS pada kedua model.

1.2 Rumusan Masalah

Masalah-masalah yang akan dibahas pada skripsi ini adalah

1. Bagaimana perumusan model matematika pada penyebaran penyakit HIV/AIDS tanpa dan dengan adanya edukasi dan pengobatan?
2. Bagaimana menentukan titik kesetimbangan dan menentukan kestabilan untuk model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS tanpa dan dengan adanya edukasi dan pengobatan?
3. Bagaimana menentukan bilangan reproduksi dasar pada model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS tanpa dan dengan adanya edukasi dan pengobatan?
4. Parameter apakah yang paling berpengaruh pada model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS tanpa dan dengan adanya edukasi dan pengobatan melalui analisis sensitivitas terhadap bilangan reproduksi dasar?

1.3 Tujuan

Tujuan dari penulisan skripsi ini adalah

1. Menentukan model matematika pada penyebaran penyakit HIV/AIDS tanpa dan dengan adanya edukasi dan pengobatan.
2. Menentukan titik kesetimbangan dan menentukan kestabilan untuk model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS tanpa dan dengan adanya edukasi dan pengobatan.
3. Menentukan bilangan reproduksi dasar pada model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS tanpa dan dengan adanya edukasi dan pengobatan menggunakan metode matriks generasi.
4. Menentukan parameter yang paling berpengaruh pada model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS tanpa dan dengan adanya edukasi dan pengobatan melalui analisis sensitivitas terhadap bilangan reproduksi dasar.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah yang digunakan dalam skripsi ini adalah setiap individu yang terinfeksi HIV berpotensi menjadi individu dengan penyakit AIDS. Pada model matematika penyebaran penyakit HIV/AIDS dengan adanya edukasi dan pengobatan, individu rentan yang telah menerima edukasi dapat kembali menjadi individu rentan tanpa edukasi dan hanya individu terinfeksi virus HIV yang sudah mengetahui terdiagnosa yang dapat melakukan pengobatan.

1.5 Sistematika Pembahasan

Pembahasan dalam skripsi ini meliputi:

1. **BAB 1 Pendahuluan**

Pada bab ini akan dibahas mengenai latar belakang, rumusan masalah, tujuan, batasan masalah, dan sistematika pembahasan.

2. **BAB 2 Landasan Teori**

Pada bab ini akan dibahas mengenai materi-materi yang akan digunakan sebagai teori pendukung dalam pembahasan pada bab-bab selanjutnya.

3. **BAB 3 Model Matematika Penyebaran Penyakit HIV/AIDS**

Pada bab ini akan dibahas mengenai perumusan model matematika pada penyebaran penyakit HIV/AIDS dengan dan tanpa adanya edukasi dan pengobatan beserta titik kesetimbangan dan kestabilannya.

4. **BAB 4 Simulasi Numerik dan Analisis Sensitivitas**

Pada bab ini akan dilakukan simulasi numerik, serta analisis sensitivitas untuk mengetahui parameter yang paling berpengaruh terhadap penyebaran penyakit HIV/AIDS tanpa dan dengan adanya edukasi dan pengobatan.

5. **BAB 5 Kesimpulan dan Saran**

Pada bab ini akan dituliskan kesimpulan yang diperoleh dari bab-bab sebelumnya dan saran untuk pengembangan selanjutnya.